



علوی

# آمار و احتمال (پایه یازدهم)

حسن میرزا آقاییک

مجموعه کتابهای همراه علوی

# سخن‌ناشر

به نام آن‌که هستی نام از او یافت




کتاب پیش رو، مجموعه‌ای از اهم مباحث و نکات تحت عنوان درس‌نامه و همچنین تعداد قابل توجهی سؤال چهار گزینه‌ای تألیفی و گردآوری شده توسط برترین مدرسان کشور می‌باشد. شایان به ذکر است تقریباً تمام سؤالات کنکورهای سراسری سال‌های گذشته نیز که با کتاب جدید هم‌خوان هستند، در این کتاب گردآوری شده است. برای تمامی سؤالات، پاسخ‌نامه تشریحی کامل در اختیار شماست و در تمام قسمت‌ها، مؤلفین محترم نکته‌ای آموزشی و تحلیلی را نیز به پاسخ‌نامه اضافه کرده که این امر سبب شده است تا این کتاب، علاوه بر ایجاد آشنایی مخاطب با نحوه پرسش و الگوی پاسخ‌گویی، به یادگیری و تکمیل اطلاعات علمی دانش‌آموز نیز کمک کند؛ و مهم‌تر از همه این‌که در تمام سؤالات و پاسخ‌ها، الگوی استاندارد سؤالات کنکور در اولویت قرار داشته است.

از شما نیز خواهش می‌کنیم تا ایده‌ها و فکرهای بکر خود را در زمینه ارتقاء و بهبود این کتاب آموزشی با ما در میان بگذارید. امیدواریم این کتاب قدمی، هر چند کوچک، در مسیر فراگیری علم و رشد آموزشی ایران عزیزمان باشد.

راهنمای استفاده از کتاب:

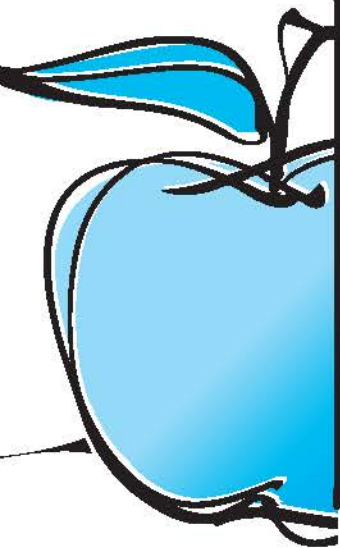
۱) ابتدا جزوه آموزشی دبیر خود را به‌عنوان منبع اصلی و پس از آن، درس‌نامه هر قسمت را که در شروع فصل آمده، با دقت مطالعه کنید.

در جریان باشید که:

سطح سؤالات در پاسخ‌نامه مشخص شده است که جهت ارزیابی و تخمین زمان پاسخ‌گویی می‌توانید از آن‌ها استفاده کنید. سؤالات آسان با نماد ، سؤالات متوسط با نماد  و سؤالات دشوار با نماد  مشخص شده است.

شماره سؤال‌هایی که با رنگ خاکستری مشخص شده‌اند، نشیانی می‌باشند.

۲) در آخر هر فصل، سؤالات جامع و ترکیبی همان فصل با عنوان آزمون قرار داده شده است؛ از این آزمون‌ها نیز جهت ارزشیابی و سنجش میزان یادگیری می‌توانید بهره ببرید.



به نام خداوند بزرگ و مهربان

تقدیم به مادر مهربانم

دانش‌آموزان عزیز

از این‌که توفیق پیدا کردم، با تألیف این کتاب، سهمی در همراهی با شما عزیزان در صحنه علم و دانش داشته باشم، پروردگارم را بسیار سپاس می‌گویم.

کتاب حاضر شامل درسنامه آموزشی، تست‌های تألیفی و تست‌های کنکور چند سال اخیر در درس آمار و احتمال پایه یازدهم رشته ریاضی و فیزیک می‌باشد.

تست‌های ارائه شده در این کتاب در دو نوع آموزشی و تثبیتی می‌باشد. تست‌های آموزشی در راستای به کارگیری مطالب آموزشی در درسنامه و تست‌های تثبیتی به منظور آمادگی شما عزیزان برای مواجهه با صورت‌های مختلف سؤالات با نکات ویژه می‌باشد. سؤالات در سه سطح آسان، متوسط و دشوار می‌باشد که سطح سؤالات در پاسخنامه ارائه شده است. پاسخنامه تست‌های ارائه شده به صورت کاملاً تشریحی است و در سؤالات تحلیلی علت نادرست بودن سایر گزینه‌ها نیز بررسی شده است.

در پایان هر درس یک آزمون جامع، در پایان هر فصل آزمون جامع کل فصل و در قسمت انتهایی کتاب، سه آزمون جامع از کل کتاب ارائه شده است. کتاب حاضر با بیش از ۱۰۰۰ تست، شما دانش‌آموزان

گرامی را تا حدود زیادی از سایر منابع در این درس بی‌نیاز می‌سازد.

در پایان، از همکاران محترم بخش انتشارات مؤسسه آموزشی علوی که زحمات زیادی در چاپ این کتاب متحمل شدند، بی‌نهایت تشکر می‌نمایم.

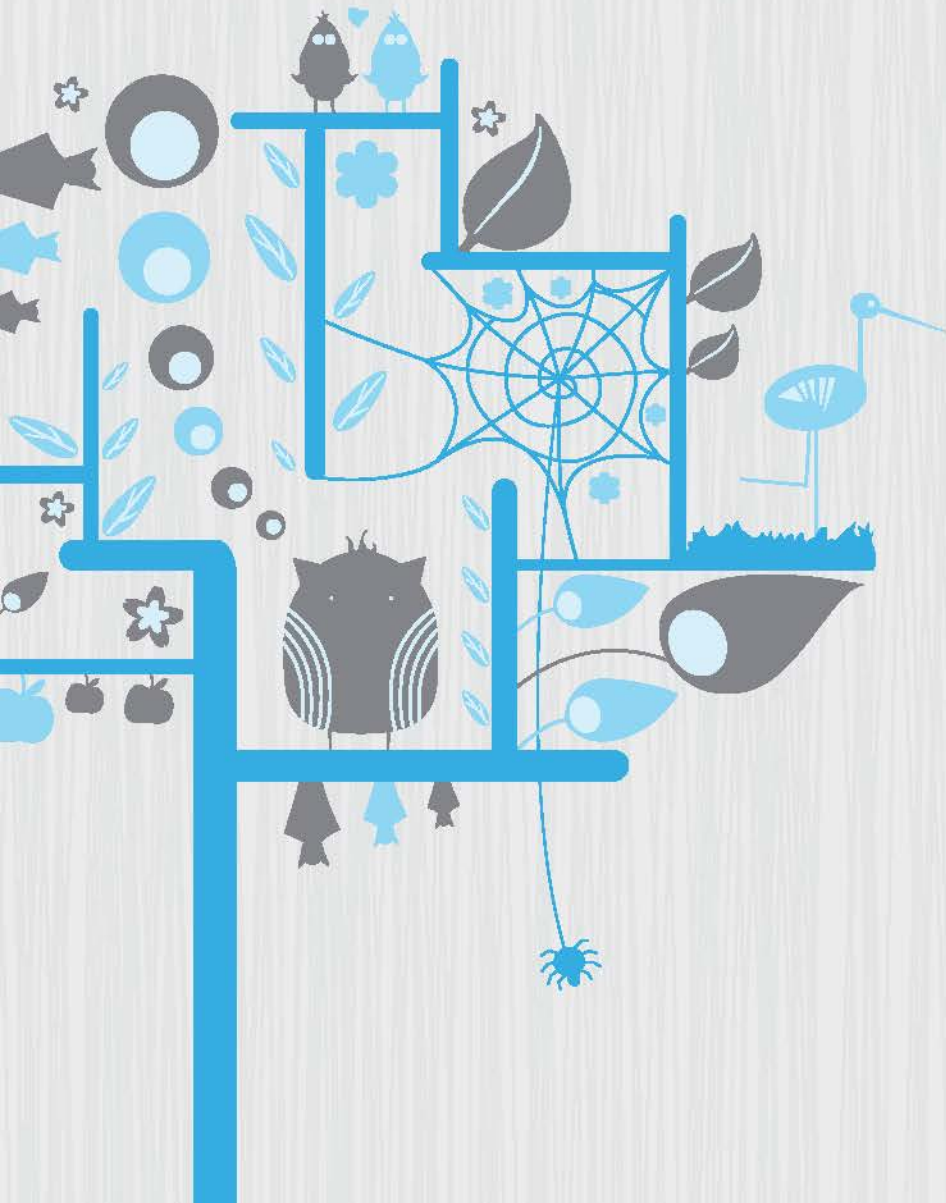




## تقدیم به:

همه آن‌ها که تا امروز در مسیر آموزش تلاش کرده‌اند. (■)

و شما که قرار است در آینده نزدیک، نقش علمی مهمی ایفا کنید. (■)



# فهرست

۷ فصل اول: آشنایی با مبانی ریاضیات



۶۷ فصل دوم: مبانی احتمال



۱۴۴ فصل سوم: آمار توصیفی



۲۱۳ فصل چهارم: آمار استنباطی



۲۵۳ آزمون‌های جامع



# فصل اول

## آشنایی با مبانی ریاضیات

### درس ۱ آشنایی با منطق ریاضی

#### منطق ریاضی

منطق ریاضی که عده‌ای به آن منطق نمادین نیز می‌گویند، دستور زبان ریاضی یا مطالعه و تحلیل ساختار جمله‌هایی است که در ریاضی به کار برده می‌شود. این شاخه از ریاضیات به بررسی دقیق استدلال‌ها می‌پردازد و اعتبار یک استدلال را مشخص می‌کند. تعریف گزاره: به جمله خبری که در حال حاضر یا آینده، دارای ارزش درست یا نادرست (راست یا دروغ) باشد، گزاره می‌گوییم. معمولاً گزاره‌ها را با حروف  $p$ ،  $q$ ،  $r$  و... نمایش می‌دهیم.

- مثال:**  چه هوای خوبی! ← جمله عاطفی است و بنابراین گزاره نیست.  
لطفاً درب را ببندید ← جمله امری است و بنابراین گزاره نیست.  
ایا ۱۹ عدد اول است ← جمله پرسشی است و بنابراین گزاره نیست.  
ایران کشوری در آسیا است ← جمله خبری است و بنابراین گزاره است.

#### ارزش گزاره

درست یا نادرست بودن یک گزاره را ارزش گزاره می‌گوییم. ارزش گزاره درست را با حرف «د» یا «T» و ارزش گزاره نادرست را با حرف «ن» یا «F» نمایش می‌دهیم. جدول ارزش گزاره: هر گزاره دارای ارزش درست یا نادرست است، بنابراین  $P$  فقط دارای دو ارزش گزاره است.

P
د
ن

P	q
د	د
د	ن
ن	د
ن	ن

ارزش دو گزاره  $p$  و  $q$  دارای ۴ حالت است.



اگر  $n$  گزاره داشته باشیم، در این صورت، جدول ارزش‌های آن گزاره‌ها  $2^n$  حالت دارد.



### تعریف گزاره‌نما



هر جمله خبری که شامل یک یا چند متغیر است و با جای‌گذاری مقادیری به جای متغیر به یک گزاره تبدیل شود، گزاره‌نما نامیده می‌شود.

**مثال:** گزاره‌نمای  $x^2 + y = 20$  برای  $x = 4$  و  $y = 4$  دارای ارزش درست است ( $4^2 + 4 = 20$ )، اما برای  $x = 3$  و  $y = 5$  ارزش درستی ندارد ( $3^2 + 5 \neq 20$ ).



**دامنه تغییر گزاره‌نما:** در هر گزاره‌نما به مجموعه مقادیری که می‌توان آن‌ها را به جای متغیرهای گزاره‌نما قرار داد تا این‌که گزاره‌نما تبدیل به گزاره شود، دامنه گزاره‌نما می‌گوییم و آن را با حرف  $D$  نمایش می‌دهیم.

**مجموعه جواب گزاره‌نما:** در هر گزاره‌نما به مجموعه عضوهایی از دامنه متغیر که به‌ازای آن‌ها، گزاره‌نما تبدیل به گزاره‌ای با ارزش درست شود، مجموعه جواب گزاره‌نما می‌گوییم و آن را با حرف  $S$  نشان می‌دهیم.  $D \subseteq S$

### ترکیب گزاره‌ها



از ترکیب دو یا چند گزاره به‌وسیله رابط‌های گزاره‌ای (ادوات ربط)، گزاره‌های مرکب به‌دست می‌آیند. نقیض یک گزاره: نقیض گزاره  $P$  به‌صورت  $\sim P$  نوشته می‌شود و آن را «چنین نیست که  $P$ » می‌خوانیم.

اگر ارزش گزاره  $P$  درست باشد، ارزش گزاره  $\sim P$  نادرست و اگر ارزش گزاره  $P$  نادرست باشد، ارزش گزاره  $\sim P$  درست است.



$P$	$\sim P$
T	F
F	T

دو گزاره هم‌ارز: اگر دو گزاره  $P$  و  $Q$  هم‌ارزش باشند، می‌نویسیم  $P \equiv Q$  و می‌خوانیم:  $P$  هم‌ارز است با  $Q$ . ترکیب فصلی دو گزاره: گزاره مرکب « $P$  یا  $Q$ » را که به‌صورت « $P \vee Q$ » می‌نویسند، ترکیب فصلی دو گزاره می‌گوییم.

ارزش گزاره  $P \vee Q$  تنها زمانی نادرست است که ارزش هر دو گزاره  $P$  و  $Q$  نادرست باشد و در بقیه حالات ارزش  $P \vee Q$  درست است.



$P$	$Q$	$P \vee Q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

ترکیب عطفی دو گزاره: گزاره مرکب « $P$  و  $Q$ » را که به‌صورت « $P \wedge Q$ » می‌نویسند، ترکیب عطفی دو گزاره می‌گوییم.

ارزش گزاره  $P \wedge Q$  تنها زمانی درست است که ارزش هر دو گزاره  $P$  و  $Q$  درست باشد و در بقیه حالات ارزش  $P \wedge Q$  نادرست است.



$P$	$Q$	$P \wedge Q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F



ترکیب شرطی دو گزاره: هرگاه  $p$  و  $q$  دو گزاره باشند، گزاره مرکب « $p \Rightarrow q$ » که خوانده می‌شود «اگر  $p$  آن‌گاه  $q$ » را ترکیب شرطی دو گزاره می‌گوییم. در ترکیب شرطی  $p$  را مقدم (فرض) و  $q$  را تالی (حکم) می‌نامیم.



هرگاه ارزش  $p$  نادرست باشد، ارزش گزاره مرکب « $p \Rightarrow q$ » همواره درست است و ارزش آن به گزاره  $q$  بستگی ندارد. در این صورت می‌گوییم: ارزش  $p \Rightarrow q$  به انتهای مقدم درست است.

$p$	$q$	$p \Rightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T



ارزش گزاره  $p \Rightarrow q$  تنها زمانی نادرست است که  $p$  درست و  $q$  نادرست باشد.



گزاره  $(q \Rightarrow p)$  عکس ترکیب شرطی « $p \Rightarrow q$ » و گزاره  $\sim q \Rightarrow \sim p$  عکس نقیض ترکیب شرطی  $p \Rightarrow q$  است.

ترکیب دو شرطی دو گزاره: هرگاه  $p$  و  $q$  دو گزاره باشند، گزاره مرکب  $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$  را به صورت « $p \Leftrightarrow q$ » می‌نویسیم و آن را ترکیب دو شرطی  $p$  و  $q$  می‌نامیم.

گزاره  $p \Leftrightarrow q$  را به صورت‌های زیر می‌خوانیم:

۱ اگر  $p$ ، آن‌گاه  $q$  و برعکس.

۲ شرط لازم و کافی برای  $q$  است.

۳ اگر و تنها اگر  $q$ .



ارزش گزاره  $p \Leftrightarrow q$  زمانی درست است که  $p$  و  $q$  هم‌ارزش باشند؛ یعنی یا هر دو درست یا هر دو نادرست باشند و اگر  $p$  و  $q$  دارای ارزش‌های متفاوتی باشند  $p \Leftrightarrow q$  ارزش نادرست خواهد داشت.

$p$	$q$	$p \Leftrightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

هم‌ارزی‌های منطقی مهم



۱)  $\sim(\sim p) \equiv p$

۲)  $\begin{cases} p \vee q \equiv q \vee p \\ p \wedge q \equiv q \wedge p \end{cases}$  قانون جابه‌جایی

۳)  $\begin{cases} (p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r) \equiv q \vee (p \vee r) \\ (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r) \equiv q \wedge (p \wedge r) \end{cases}$  قانون شرکت‌پذیری

۴)  $\begin{cases} p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r) \\ p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r) \end{cases}$  قانون توزیع‌پذیری



- ۵) قانون دمورگان
- $$\begin{cases} \sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q \\ \sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q \end{cases}$$
- ۶)
- $$\begin{cases} p \vee p \equiv p & p \vee T \equiv T & p \vee F \equiv p \\ p \wedge p \equiv p & p \wedge T \equiv p & p \wedge F \equiv F \end{cases}$$
- ۷) قانون جذب
- $$\begin{cases} p \vee (p \wedge q) \equiv p \\ p \wedge (p \vee q) \equiv p \end{cases}$$
- ۸)  $p \Rightarrow q \equiv \sim q \Rightarrow \sim p$
- ۹)  $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$
- ۱۰)  $p \Rightarrow (p \vee q) \equiv T$
- ۱۱)  $(p \wedge q) \Rightarrow p \equiv T$
- ۱۲)  $p \Rightarrow p \equiv T$
- ۱۳)  $p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \Rightarrow r$
- ۱۴)  $\sim(p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$
- ۱۵)  $\sim(p \Leftrightarrow q) \equiv \sim p \Leftrightarrow q \equiv p \Leftrightarrow \sim q$
- ۱۶)  $\sim(p \Leftrightarrow q) \equiv (p \wedge \sim q) \vee (q \vee \sim p)$

**توجه:** T گزاره همیشه درست و F گزاره همیشه نادرست است.

### تعریف سور



عبارت‌های «به‌ازای هر» و «به‌ازای بعضی مقادیر» را سور می‌گویند. این عبارت‌ها می‌توانند قبل از گزاره‌ها قرار بگیرند و گزاره‌ها را به گزاره با ارزش درست یا نادرست تبدیل کنند.

«به‌ازای هر» را سوری عمومی می‌گوییم و با  $\forall$  نشان می‌دهیم و «به‌ازای بعضی مقادیر» یا «وجود دارد» را سور وجودی می‌گوییم و با  $\exists$  نمایش می‌دهیم.



گزاره‌های شامل متغیر  $x$  که با سور عمومی همراه می‌شوند، وقتی به یک گزاره درست تبدیل می‌شود که هر عضو از دامنه در گزاره صدق کند. به عبارت دیگر هیچ مثال نقضی نداشته باشد.

$$\forall x \in \mathbb{R}; x^2 + 1 > 0$$

گزاره‌های شامل متغیر  $x$  که با سور وجودی همراه می‌شوند، وقتی درست است که مجموعه جواب آن تهی نباشد.

$$\exists x \in \mathbb{N}; 2x + 4 = 10 \quad D = \{3\} \quad 2(3) + 4 = 10$$

نقیض گزاره‌ها: با سوری عمومی گزاره  $p(x)$  زمانی درست است که تمام اعضای دامنه خاصیت  $p(x)$  را داشته باشند، بنابراین این گزاره زمانی نادرست است که حداقل یک عضو پیدا شود که خاصیت  $p(x)$  را نداشته باشد.

$$\sim(\forall x : p(x)) \equiv \exists x : \sim p(x)$$

### مثال:

$$\sim(\forall x \in \mathbb{R}; x + \frac{1}{x} > 2) \equiv \exists x \in \mathbb{R} : \sim(x + \frac{1}{x} > 2) \equiv \exists x \in \mathbb{R}; x + \frac{1}{x} \leq 2$$

نقیض گزاره‌ها با سور وجودی: گزاره  $\exists x : p(x)$  زمانی درست است که مجموعه جوابش ناتهی باشد، پس این گزاره وقتی نادرست است که مجموعه جوابش تهی باشد؛ یعنی هیچ عضوی در  $p(x)$  صدق نکند.

$$\sim(\exists x : p(x)) \equiv \forall x : \sim p(x)$$

### مثال:

$$\sim(\exists x \in \mathbb{N}; x^2 + x = 0) \equiv \forall x \in \mathbb{N} : \sim(x^2 + x = 0) \equiv \forall x \in \mathbb{N} : x^2 + x \neq 0$$

## سوالات طبقه‌بندی

۱

- ۱- کدام یک از جملات زیر یک گزاره است؟
- (۱) در پرتاب یک تاس احتمال رو شدن عدد فرد  $\frac{1}{3}$  است. (۲) چه هوای خوبی!  
 (۳) لطفاً برای سال تحصیلی درس بخوان. (۴) آیا در پرتاب یک تاس امکان رو شدن عدد زوج وجود دارد؟
- ۲- چه تعداد از گزاره‌های زیر ارزش درستی دارد؟
- (الف)  $(\frac{1}{3})^5 > (\frac{1}{3})^3$  (ب) هر معادله درجه دوم دارای دو جواب حقیقی است.  
 (ج) در پرتاب یک تاس احتمال آمدن عدد فرد برابر  $\frac{1}{6}$  است.
- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳
- ۳- اگر به ۵ گزاره، ۲ گزاره دیگر اضافه شود، به جدول ارزش آن‌ها چند حالت اضافه خواهد شد؟
- (۱) ۳۲ (۲) ۴۸ (۳) ۹۶ (۴) ۶۴
- ۴- ارزش کدام گزاره نادرست است؟
- (۱)  $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{W} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$  (۲) حاصل ضرب هر دو عدد زوج متوالی مضرب ۸ است.  
 (۳) حاصل ضرب هر دو عدد گویا، یک عدد گویا می‌باشد. (۴) مربع هر عدد حقیقی از آن عدد بزرگتر است.
- ۵- دامنه متغیر گزاره‌نمای  $\sqrt{-x^2 + 2x} = 1$  کدام است؟
- (۱)  $x > 0$  (۲)  $0 \leq x \leq 2$  (۳)  $x \geq 2$  (۴)  $-2 \leq x \leq 0$
- ۶- در خصوص گزاره‌نمای  $\{(x, y) \mid x^2 + y^2 < 1\}$  کدام گزینه ارزش T دارد؟
- (۱)  $(0, 5, 0, 5) \in A$  (۲)  $(0, 5, 1) \in A$  (۳)  $(1, 0, 5) \in A$  (۴)  $(1, 0) \in A$
- ۷- دامنه متغیر گزاره‌نمای  $\sqrt{3x+1} \leq 6$  اعداد طبیعی است. مجموع جواب این گزاره‌نما چند عضو دارد؟
- (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴) مجموعه جواب این گزاره‌نما نامتناهی است.
- ۸- کوچک‌ترین جواب گزاره‌نمای  $2^n \geq n^2 + 2n$  به شرط آن که دامنه متغیر گزاره‌نما اعداد طبیعی باشد، کدام گزینه است؟
- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷
- ۹- به ازای کدام مقدار گزاره‌نمای  $P = \{(x, y, z) \mid xyz^2 \geq 8\}$  ارزش درست دارد؟
- (۱)  $x=1, y=2, z=1$  (۲)  $x=2, y=1, z=1$   
 (۳)  $x=4, y=1, z=1$  (۴)  $x=1, y=1, z=2$
- ۱۰- دامنه متغیر گزاره‌نما و مجموعه جواب گزاره  $\frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 - 6x + 5} = 0$  کدام است؟
- (۱)  $S = \{1, -4\}, D = \mathbb{R} - \{1, 5\}$  (۲)  $S = \{1, -4\}, D = \{-1, -5\}$   
 (۳)  $S = \{-1, 4\}, D = \mathbb{R} - \{1, 5\}$  (۴)  $S = \{-4\}, D = \mathbb{R} - \{1, 5\}$

۱۱- کدام گزینه صحیح است؟

(۱) اگر  $D = \mathbb{N}$  باشد، مجموعه جواب گزاره  $5 < 4 - 2x^2$ ،  $\{1, 2, 3\}$  است.

(۲) اگر  $D = \mathbb{Z}$ ، مجموعه جواب گزاره  $5 = \frac{3x-1}{2}$ ،  $\{\frac{11}{3}\}$  است.

(۳) اگر  $D = \mathbb{R}$ ، مجموعه جواب گزاره  $5 = x^2 + 3x + 5 = 0$  تهی است.

(۴) اگر  $D = \mathbb{N}$ ، مجموعه جواب گزاره  $0 < \sqrt{x}$ ، اعداد حقیقی مثبت است.

۱۲- کدام گزینه درست است؟

(۱) ارزش ترکیب عطفی دو گزاره زمانی نادرست است که حداقل یکی نادرست باشد.

(۲) ارزش ترکیب فصلی دو گزاره زمانی درست است که الزاماً هر دو گزاره درست باشد.

(۳) ارزش ترکیب عطفی دو گزاره زمانی درست است که حداقل یکی از گزاره‌ها درست باشد.

(۴) ارزش ترکیب فصلی دو گزاره زمانی نادرست است که حداقل یکی از گزاره‌ها نادرست باشد.

۱۳- با توجه به جدول مقابل، A و B به ترتیب کدام است؟

(۱) د-د

(۲) د-ن

(۳) ن-د

(۴) ن-ن

p	q	$p \vee (p \wedge q)$
د	ن	A
ن	ن	B

۱۴- چه تعداد از هم‌ارزی‌های زیر درست است؟

الف) $p \vee F \equiv p$	ب) $p \wedge T \equiv T$	ج) $p \wedge F \equiv F$	د) $p \vee T \equiv T$
۱ (۲)	۱ (۲)	۳ (۳)	۴ (۴)

۱۵- عکس نقیض گزاره «اگر ۲ عددی زوج باشد، آن‌گاه ۱۷ عدد اول است» کدام است؟

(۱) اگر ۲ عدد زوج نباشد، آن‌گاه ۱۷ عدد مرکب است.

(۲) اگر ۱۷ عدد اول نباشد، آن‌گاه ۲ عدد زوج است.

(۳) اگر ۱۷ عدد اول نباشد، آن‌گاه ۲ عدد فرد است.

(۴) ۱۷ عدد اول است اگر و تنها اگر ۲ عدد زوج باشد.

۱۶- در مورد گزاره  $(p \Rightarrow \sim p)$  کدام گزینه صحیح است؟

(۱) همیشه نادرست

(۲) همیشه درست

(۳) هم‌ارز p است.

(۴) هم‌ارز  $\sim p$  است.

۱۷- ارزش کدام گزینه نادرست است؟

(۱)  $\{0, 1, 2, 3, \dots\} \cap \{1, 2, 3, \dots\} = \{1, 2, 3, \dots\}$  (حاصل ضرب عدد ۳ در هر عدد طبیعی عددی فرد است.)

(۲) حاصل ضرب هر دو عدد طبیعی متوالی عددی زوج و مجموع هر دو عدد فرد، عددی زوج است.

(۳)  $(\sqrt[3]{3} < \sqrt[3]{3}) \vee (\sqrt[3]{3} < \sqrt[3]{3})$  (مجموع هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است.)

(۴) حاصل ضرب سه عدد متوالی الزاماً مضرب ۲۴ است و مربع هر عدد طبیعی بزرگتر یا مساوی آن عدد است.

۱۸- ارزش چه تعداد از گزاره‌های زیر درست است؟

الف) ۲ عددی اول نیست، اگر و تنها اگر  $\frac{3}{7} > \frac{4}{3}$ .

ب) مجموع دو عدد فرد، عددی فرد است اگر و تنها اگر  $\sqrt{5}$  عددی گنگ باشد.

ج)  $(x(x+2) - (2x+x^2) = 0) \wedge (x^2 + 4 \neq 0)$

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۹- کدام یک از گزاره‌های دو شرطی زیر نادرست است؟

(۱) شرط لازم و کافی برای آن که نقطه‌ای روی عمودمنصف یک پاره‌خط باشد، آن است که فاصله آن نقطه تا دو سر پاره‌خط برابر باشد.

(۲) در پرتاب یک سکه شرط لازم و کافی برای آن که  $p(A) = 1$  باشد، آن است که  $A = \{\text{«پشت»}, \text{«رو»}\}$  باشد.

(۳) یک عدد اول و بزرگتر از ۲ است  $\Leftrightarrow x$  فرد است.

(۴) a عدد طبیعی و مضرب ۳ است  $\Leftrightarrow a^3$  عدد طبیعی و مضرب ۳ است.





۲۰- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱)  $p \Rightarrow q \equiv (\sim p \vee q)$  (۲)  $p \Rightarrow q \equiv (\sim q \Rightarrow \sim p)$   
(۳)  $p \Leftrightarrow q \equiv \sim q \Leftrightarrow \sim p$  (۴)  $\sim(p \Leftrightarrow q) \equiv \sim p \Leftrightarrow \sim q$

۲۱- نقیض جمله «متغیر X یک نام معتبر در زبان Y است» کدام است؟

- (۱) متغیر Y یک نام معتبر در زبان X است.  
(۲) متغیر Y یک نام معتبر در زبان X نیست.  
(۳) متغیر X یک نام معتبر در هر زبان Y است.  
(۴) متغیر X یک نام معتبر در زبان Y نیست.

۲۲- کدام هم‌ارزی نادرست است؟

- (۱)  $\sim p \Rightarrow q \equiv p \vee q$  (۲)  $p \Rightarrow \sim q \equiv (p \wedge q)$   
(۳)  $\sim p \Rightarrow \sim q \equiv \sim(p \vee q)$  (۴)  $\sim p \Rightarrow p \equiv p$

۲۳- کدام گزینه درباره ارزش گزاره  $(p \vee q) \vee \sim p$  درست است؟

- (۱) ارزش این گزاره همواره درست است.  
(۲) ارزش این گزاره همواره نادرست است.  
(۳) ارزش این گزاره بستگی به ارزش q دارد.  
(۴) ارزش این گزاره بستگی به p و q دارد.

۲۴- گزاره  $p \wedge q \Rightarrow \sim p$  با نقیض کدام گزاره هم‌ارز است؟

- (۱)  $\sim p$  (۲) p (۳)  $\sim q$  (۴) q

۲۵- ارزش گزاره  $p \wedge \sim q \Rightarrow \sim q$  کدام است؟

- (۱) p (۲) q (۳)  $\sim q$  (۴) T

۲۶- گزاره  $(q \Rightarrow \sim p) \Rightarrow \sim q$  هم‌ارز کدام گزاره است؟

- (۱)  $p \vee q$  (۲)  $p \wedge q$  (۳)  $\sim q \vee p$  (۴)  $\sim q \wedge p$

۲۷- اگر p و q دو گزاره باشند، کدام یک از عبارات زیر همواره صحیح است؟

- (۱)  $(p \wedge q) \vee (\sim p \vee \sim q)$  (۲)  $(p \wedge q) \wedge (\sim p \wedge \sim q)$   
(۳)  $(p \vee q) \vee (\sim p \vee \sim q)$  (۴)  $(p \vee q) \wedge (\sim p \vee \sim q)$

۲۸- اگر بدانییم «عدد رو شده در پرتاب یک تاس مربع کامل یا مضروب ۳ است» و «چنین نیست که عدد رو شده پر ۳ بخش پذیر باشد» در نتیجه:

- (۱) عدد رو شده قطعاً برابر ۱ است.  
(۲) عدد رو شده ممکن است ۵ باشد.  
(۳) عدد رو شده قطعاً یکی از اعداد ۲ یا ۵ نیست.  
(۴) عدد رو شده حتماً بزرگتر از ۳ است.

۲۹- گزاره  $(p \Rightarrow q) \Rightarrow \sim p$  هم‌ارز منطقی با نقیض کدام گزاره است؟

- (۱)  $p \wedge q$  (۲)  $p \vee q$  (۳)  $\sim p \wedge q$  (۴)  $\sim p \vee q$

۳۰- کدام گزینه درباره ارزش گزاره  $(p \wedge q) \vee (\sim p)$  درست است؟

- (۱) همواره درست است.  
(۲) همواره نادرست است.  
(۳) اگر p نادرست باشد همواره درست است.  
(۴) اگر q نادرست باشد همواره درست است.

۳۱- اگر p و q دو گزاره با ترکیب فصلی با ارزش نادرست باشند، در این صورت ارزش دو گزاره  $p \vee (\sim p \wedge q)$  و  $q \wedge (\sim p \vee q)$  به ترتیب کدام

است؟

- (۱) درست- درست (۲) درست- نادرست (۳) نادرست- درست (۴) نادرست- نادرست

۳۲- گزاره  $(p \wedge \sim q) \vee (p \wedge q)$  هم‌ارز منطقی کدام گزینه است؟

- (۱) p (۲) q (۳) T (۴) F

۳۳- ارزش گزاره  $(p \wedge q) \vee \sim p$  برابر کدام است؟

- (۱) T (۲) p (۳)  $p \wedge q$  (۴)  $p \Rightarrow q$

۳۴- گزاره  $(p \wedge q) \wedge p$  هم‌ارز کدام گزینه است؟

- (۱)  $p \wedge q$  (۲)  $\sim p \wedge \sim q$  (۳)  $\sim p \wedge q$  (۴)  $p \wedge \sim q$

۳۵- ارزش گزاره  $(p \vee q) \vee \sim (p \wedge q)$  کدام است؟

- (۱) همواره نادرست است.  
 (۲) همواره درست است.  
 (۳) اگر  $p$  نادرست و  $q$  درست باشد، دارای ارزش درست است.  
 (۴) اگر  $p$  نادرست و  $q$  نادرست باشد، دارای ارزش نادرست است.

۳۶-  $(p \Rightarrow q) \wedge \sim q$  هم‌ارز کدام گزینه است؟

- (۱)  $p \vee q$  (۲)  $\sim (p \vee q)$  (۳)  $p \wedge q$  (۴)  $\sim (p \wedge q)$

۳۷- گزاره  $(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow \sim q)$  هم‌ارز کدام گزینه است؟

- (۱)  $p$  (۲)  $\sim p$  (۳)  $q$  (۴)  $\sim q$

۳۸- ارزش کدام گزاره همواره درست است؟

- (۱)  $p \wedge \sim p \Rightarrow q$  (۲)  $q \Rightarrow \sim q \wedge q$  (۳)  $p \vee \sim p \Rightarrow q$  (۴)  $p \Rightarrow \sim q \wedge q$

۳۹- اگر ارزش گزاره‌های  $R, Q$  و  $P$  به ترتیب  $T, F$  و  $T$  باشد، ارزش گزاره  $[P \Rightarrow (Q \Rightarrow R)] \Rightarrow (P \Rightarrow R)$  چیست؟

- (۱) داده‌های مسئله کافی نیست.  
 (۲) بستگی به ارزش عبارت داخل پرانتز دارد.  
 (۳)  $T$  (۴)  $F$

۴۰- ارزش گزاره  $[(p \vee q) \wedge (p \Rightarrow q)]$  کدام گزینه است؟

- (۱) همیشه دارای ارزش درست است.  
 (۲) همیشه دارای ارزش نادرست است.  
 (۳) با گزاره  $p$  هم‌ارز است.  
 (۴) با گزاره  $q$  هم‌ارز است.

۴۱- اگر ارزش گزاره  $(\sim p) \vee (p \Rightarrow q)$  نادرست باشد، ارزش کدام گزاره درست است؟

- (۱)  $p \Leftrightarrow q$  (۲)  $p \wedge q$  (۳)  $\sim q \Rightarrow \sim p$  (۴)  $p \vee q$

۴۲- گزاره  $q \Rightarrow \sim [(p \Rightarrow q) \wedge \sim p]$  هم‌ارز منطقی با کدام یک از گزاره‌های زیر است؟

- (۱)  $p$  (۲)  $p \Rightarrow q$  (۳)  $\sim p \Rightarrow q$  (۴)  $\sim p \Rightarrow \sim q$

۴۳-  $[\sim p \wedge (p \Rightarrow q)] \wedge [p \wedge (\sim p \Rightarrow q)]$  دارای چه ارزشی است؟

- (۱) همواره نادرست (۲) همواره درست (۳) هم‌ارز  $\sim p$  با (۴) هم‌ارز  $\sim q$  با

۴۴- ارزش گزاره  $[(p \Rightarrow q) \Rightarrow p] \Leftrightarrow p \wedge (p \vee q)$  کدام است؟

- (۱) هم‌ارز  $p$  با (۲) هم‌ارز  $q$  با (۳) همیشه درست (۴) همیشه نادرست

۴۵- نقیض گزاره  $p \Leftrightarrow q$  کدام است؟

- (۱)  $\sim p \Rightarrow q$  (۲)  $p \wedge q$  (۳)  $\sim q \Rightarrow p$  (۴)  $\sim p \Leftrightarrow q$

۴۶- اگر ارزش‌های گزاره‌های  $p, r, q$  به ترتیب  $T, T, F$  باشد، ارزش کدام گزینه درست است؟

- (۱)  $(\sim p \Leftrightarrow \sim q) \Leftrightarrow (q \Leftrightarrow r)$  (۲)  $(p \Leftrightarrow r) \Leftrightarrow (p \Leftrightarrow q)$

- (۳)  $(p \Rightarrow (q \Rightarrow r)) \Rightarrow (r \Rightarrow q)$  (۴)  $(p \Rightarrow (q \Rightarrow r)) \Rightarrow (r \Rightarrow q)$

۴۷- اگر ارزش گزاره  $p \wedge q$  نادرست و ارزش گزاره  $p \Leftrightarrow q$  درست باشد، ارزش کدام گزاره درست است؟

- (۱)  $\sim p \Rightarrow q$  (۲)  $\sim p \Rightarrow \sim q$  (۳)  $p \Leftrightarrow \sim q$  (۴)  $\sim (p \vee q) \Rightarrow q$

۴۸- اگر سه گزاره  $\sim p, p \Leftrightarrow q$  و  $q \wedge r$  دارای سه ارزش نادرست باشند، ارزش کدام گزاره درست است؟

- (۱)  $p \wedge q \Leftrightarrow p \vee r$  (۲)  $p \vee q \Rightarrow p \wedge r$  (۳)  $(p \wedge q) \vee r$  (۴)  $(q \wedge r) \Rightarrow \sim p$

۴۹- اگر ارزش دو گزاره  $p$  و  $q$  به ترتیب درست و نادرست و گزاره دلخواه باشد، آن‌گاه ارزش دو گزاره  $A$  و  $B$  کدام است؟

$A: \sim (p \vee r) \Rightarrow [(q \wedge r) \Leftrightarrow p]$

$B: [p \Rightarrow (q \wedge \sim r)] \Leftrightarrow p \vee r$

(۱) ارزش هر دو گزاره درست است.

(۲) ارزش هر دو گزاره نادرست است.

(۳) ارزش گزاره  $A$  درست و ارزش گزاره  $B$  نادرست است.

(۴) ارزش گزاره  $A$  نادرست و ارزش گزاره  $B$  درست است.



۵۰- گزاره  $(p \Rightarrow q) \Rightarrow q$  هم‌ارز منطق با کدام گزاره است؟

- ۱)  $p \Rightarrow q$       ۲)  $p \Rightarrow \sim q$       ۳)  $p \wedge q$       ۴)  $p \vee q$

۵۱- گزاره  $\sim(p \wedge q) \wedge (p \Rightarrow q)$  هم‌ارز کدام گزاره است؟

- ۱)  $p$       ۲)  $\sim p$       ۳)  $q$       ۴)  $\sim q$

۵۲- اگر  $p$  و  $q$  دو گزاره با ارزش متفاوت باشد، چه تعداد از گزاره‌های زیر دارای ارزش درست است؟

- الف)  $p \wedge q \Rightarrow p \vee q$       ب)  $p \vee q \Rightarrow p \wedge q$       ج)  $p \Rightarrow p \vee \sim q$       ۱) صفر      ۲) ۱      ۳) ۲      ۴) ۳

۵۳- در کدام حالت زیر گزاره  $\sim p \Rightarrow (q \Rightarrow p)$  نادرست است؟

- ۱)  $q \equiv T, p \equiv T$       ۲)  $q \equiv F, p \equiv T$       ۳)  $q \equiv T, p \equiv F$       ۴)  $q \equiv F, p \equiv F$

۵۴- اگر ارزش گزاره  $(\sim p) \wedge (p \Leftrightarrow q)$  درست باشد، ارزش گزاره‌های  $p$  و  $q$  به ترتیب کدام است؟

- ۱)  $p =$  درست،  $q =$  درست      ۲)  $p =$  درست،  $q =$  نادرست      ۳)  $p =$  نادرست،  $q =$  درست      ۴)  $p =$  نادرست،  $q =$  نادرست

۵۵- اگر ارزش گزاره‌های  $r$ ،  $q$  و  $p$  به ترتیب  $T$ ،  $F$ ،  $T$  باشد، کدام گزینه همواره درست است؟

- ۱)  $(q \Leftrightarrow r) \Leftrightarrow (\sim p \Leftrightarrow \sim q)$       ۲)  $(\sim p \Leftrightarrow q) \Rightarrow \sim(r \Leftrightarrow p)$       ۳)  $p \wedge (\sim q \vee \sim r) \Rightarrow \sim p \vee (\sim p \wedge \sim r)$       ۴)  $q \wedge (p \Rightarrow r)$

۵۶- کدام یک از هم‌ارزی‌های زیر برقرار است؟

- ۱)  $(p \vee q) \wedge \sim(\sim p \wedge q) \equiv \sim q$       ۲)  $(p \vee q) \wedge (\sim p \wedge q) \equiv q$       ۳)  $p \Rightarrow q \equiv \sim(p \wedge q)$       ۴)  $(p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \Rightarrow r$

۵۷- اگر ارزش گزاره  $\sim p \wedge q \Rightarrow r$  نادرست باشد، کدام گزینه صحیح نیست؟

- ۱)  $(p \wedge q) \vee r$  دارای ارزش نادرست است.      ۲)  $(p \vee q) \wedge r$  دارای ارزش نادرست است.      ۳)  $(p \wedge r) \vee q$  دارای ارزش نادرست است.      ۴)  $r \vee p \Leftrightarrow q \vee r$  دارای ارزش نادرست است.

۵۸- اگر ارزش گزاره  $p \Rightarrow (p \wedge q)$  نادرست باشد، ارزش گزاره‌های  $q \Leftrightarrow p$  و  $q \Rightarrow r$  کدام است؟ ( $r$  گزاره دلخواه است.)

- ۱) درست- نادرست      ۲) نادرست- درست      ۳) نادرست- بستگی به ارزش گزاره  $r$  دارد.      ۴) درست- بستگی به ارزش گزاره  $r$  دارد.

۵۹- گزاره  $p \Rightarrow [q \Rightarrow \sim(p \Rightarrow \sim q)]$  دارای چه ارزشی است؟

- ۱) همواره درست است.      ۲) همواره نادرست است.      ۳) هم‌ارز گزاره  $p \Rightarrow \sim q$  است.      ۴) هم‌ارز گزاره  $\sim p \Rightarrow q$  است.

۶۰- ارزش گزاره  $p$  درست و ارزش گزاره  $q$  نادرست است، ارزش دو گزاره  $A$  و  $B$  کدام است؟

- ۱) درست- درست      ۲) درست- نادرست      ۳) نادرست- درست      ۴) نادرست- نادرست
- $A: p \wedge q \Rightarrow \sim p$        $B: p \vee \sim q \Leftrightarrow \sim p \wedge q$

۶۱- اگر گزاره  $p$  دارای ارزش درست و  $q$  دارای ارزش نادرست باشد و  $r$  گزاره‌ای دلخواه باشد، در این صورت ارزش کدام گزاره با بقیه متفاوت است؟

- ۱)  $\sim(p \vee \sim q) \wedge r$       ۲)  $(p \vee \sim r) \wedge q$       ۳)  $(p \wedge \sim r) \vee \sim q$       ۴)  $(q \wedge r) \vee \sim p$

۶۲- نقیض گزاره «هیچ عدد زوجی، عدد اول نیست» کدام است؟

- ۱) هر عدد زوجی، عدد اول است.      ۲) هر عدد زوجی، عدد اول نیست.      ۳) عدد زوجی وجود دارد که عدد اول نیست.      ۴) عدد زوجی وجود دارد که عدد اول است.

۶۳- نقیض گزاره  $\forall x; \sim p(x)$  کدام است؟

- ۱)  $\exists x; \sim p(x)$       ۲)  $\forall x; p(x)$       ۳)  $\exists x; p(x)$       ۴)  $\forall x; \sim(\sim p(x))$



۶۴- کدامیک از گزاره‌های زیر نادرست است؟

$$\forall x \in \mathbb{R}; x + \frac{1}{x} \geq 2 (x \neq 0) \quad (۲) \quad \exists x \in \mathbb{R}; x^{\sqrt{x}} < x^{\sqrt{x}} \quad (۱)$$

$$\exists x \in \mathbb{R}; |x| \leq x \quad (۴) \quad \forall x \in \mathbb{R}; \frac{1}{x} \leq x \quad (۳)$$

۶۵- نقیض گزاره‌های سوری  $\exists x \in \mathbb{R}; x^{\sqrt{x}} + 5 \neq 8$  و  $\forall x \in \mathbb{Q}; x^{\sqrt{x}} + x \geq 3$  به ترتیب کدام است؟

$$\forall x \in \mathbb{Q}; x^{\sqrt{x}} + x < 3, \exists x \in \mathbb{R}; x^{\sqrt{x}} + 5 = 8 \quad (۲) \quad \exists x \in \mathbb{Q}; x^{\sqrt{x}} + x < 3, \forall x \in \mathbb{R}; x^{\sqrt{x}} + 5 = 8 \quad (۱)$$

$$\exists x \in \mathbb{Q}; x^{\sqrt{x}} + x \leq 3, \forall x \in \mathbb{R}; x^{\sqrt{x}} + 5 \neq 8 \quad (۴) \quad \forall x \notin \mathbb{Q}; x^{\sqrt{x}} + x \geq 3, \exists x \notin \mathbb{R}; x^{\sqrt{x}} + 5 \neq 8 \quad (۳)$$

۶۶- هرگاه  $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 \leq x < 3\}$  دامنه متغیر باشد، ارزش کدامیک از گزاره‌های زیر نادرست است؟

$$\exists x \in A: x + 6 = 7k \quad (۲) \quad \forall x \in A: |x| \leq 3 \quad (۱)$$

$$\exists x \in A: x^{\sqrt{x}} + 1 = 10k \quad (۴) \quad \forall x \in A: x + 15 < 18 \quad (۳)$$

۶۷- کدام گزاره ارزش درست دارد؟

$$(\mathbb{R} = \text{دامنه}) \exists x \forall y; x + y = 0 \quad (۲) \quad (\mathbb{R} = \text{دامنه}) \forall x \forall y; x + y = 0 \quad (۱)$$

$$(\mathbb{Z} = \text{دامنه}) \forall x \exists y; xy = 1 \quad (۴) \quad (\mathbb{Z} = \text{دامنه}) \forall x \exists y; x + y = 0 \quad (۳)$$

۶۸- ارزش دو گزاره A و B به ترتیب کدام است؟

$$A: \forall x \in \{1, 2, 3, 4\} \quad \exists y \in \{1, 2, 4\}; x^{\sqrt{y}} < 20 \quad (۱) \text{ درست- درست}$$

$$B: \exists x \in \{1, 2, 3, 4\} \quad \forall y \in \{1, 2, 4\}; x^{\sqrt{y}} < 20 \quad (۲) \text{ درست- نادرست}$$

$$(۳) \text{ نادرست- درست}$$

$$(۴) \text{ نادرست- نادرست}$$

۶۹- کدامیک از گزینه‌های زیر درست است؟ (مجموعه اعداد اول: p، مجموعه اعداد زوج: E، مجموعه اعداد فرد: O، مجموعه اعداد صحیح: Z، مجموعه اعداد حقیقی: R)

$$\exists x \in \mathbb{Z}; x^{\sqrt{x}} < x \quad (۲) \quad \forall x \in E; x \notin p \quad (۱)$$

$$\forall x \in O; x^{\sqrt{x}} = 8q + 1 \quad (۴) \quad \forall x \in \mathbb{R}; \frac{x^{\sqrt{x}} - 1}{x + 1} = x - 1 \quad (۳)$$

۷۰- اگر  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 6\}$  دامنه متغیر باشد، کدامیک از گزاره‌های زیر نادرست است؟

$$\forall x \in A; x^{\sqrt{x}} + 2 < 28 \quad (۲) \quad \exists x \in A; x^{\sqrt{x}} + x = 30 \quad (۱)$$

$$(k \in \mathbb{Z}) \exists x \in A; \sqrt{x-1} = 2k \quad (۴) \quad \exists x \in A; \frac{x+2}{x-1} = 2 \quad (۳)$$

۷۱- نقیض گزاره «به ازای هر عدد صحیح x، اگر x زوج باشد، آن گاه  $2x - 1$  فرد است» کدام است؟

$$(۱) \text{ به ازای همه مقادیر صحیح } x, \text{ اگر } x \text{ فرد باشد، آن گاه } 2x - 1 \text{ زوج است.} \quad (۲) \text{ به ازای برخی از مقادیر صحیح } x, \text{ زوج است، } 2x - 1 \text{ فرد است.}$$

$$(۳) \text{ به ازای همه مقادیر صحیح } x, \text{ اگر } x \text{ فرد باشد، آن گاه } 2x - 1 \text{ فرد است.} \quad (۴) \text{ به ازای برخی مقادیر صحیح } x, \text{ زوج است، } 2x - 1 \text{ فرد نیست.}$$

۷۲- نقیض گزاره  $\forall x \in (-\infty, 0): x + \frac{1}{x} \leq -2$  کدام است و ارزش آن چیست؟

$$\exists x \in (-\infty, 0): x + \frac{1}{x} > -2 \quad (۲) \quad \forall x \in (0, +\infty): x + \frac{1}{x} > -2 \quad (۱) \text{ نادرست}$$

$$\exists x \in (-\infty, 0): x + \frac{1}{x} > -2 \quad (۴) \text{ درست} \quad \forall x \in (0, +\infty): x + \frac{1}{x} > -2 \quad (۳) \text{ درست}$$

۷۳- ارزش گزاره‌ها  $\forall x \in \mathbb{N} \exists y \in \mathbb{N}; (x+y)^{\sqrt{x}} = 2xy$  و  $\exists x \in \mathbb{N} \exists y \in \mathbb{N}; (x+y)^{\sqrt{x}} = 4xy$  به ترتیب کدام است؟

(۱) درست- درست (۲) درست- نادرست (۳) نادرست- درست (۴) نادرست- نادرست

۷۴- به ازای کدام مقدار m، گزاره  $\exists x \in \mathbb{R}; x^{\sqrt{x}} + \sqrt{3}x + m = 0$  دارای ارزش نادرست است؟

$$m = \frac{4}{5} \quad (۴) \quad m = \frac{3}{4} \quad (۳) \quad m = \frac{2}{3} \quad (۲) \quad m = \frac{1}{2} \quad (۱)$$