




علوی

## هندسه ۲ (پایه یازدهم)

حمیدرضا صدقی 

مجموعه کتابهای همراه علوی

# سخن‌ناشر

به نام آن‌که هستی نام از او یافت

کتاب پیش رو، مجموعه‌ای از اهم مباحث و نکات تحت عنوان درس‌نامه و همچنین تعداد قابل توجهی سؤال چهار گزینه‌ای تألیفی و گردآوری شده توسط برترین مدرسان کشور می‌باشد. شبان به ذکر است تقریباً تمام سؤالات کنکورهای سراسری سال‌های گذشته نیز که با کتاب جدید هم‌خوان هستند، در این کتاب گردآوری شده است. برای تمامی سؤالات، پاسخ‌نامه تشریحی کامل در اختیار شماست و در تمام قسمت‌ها، مؤلفین محترم نکته‌ای آموزشی و تحلیلی را نیز به پاسخ‌نامه اضافه کرده که این امر سبب شده است تا این کتاب، علاوه بر از ایجاد آشنایی مخاطب با نحوه پرسش و الگوی پاسخ‌گویی، به یادگیری و تکمیل اطلاعات علمی دانش‌آموز نیز کمک کند؛ و مهم‌تر از همه این‌که در تمام سؤالات و پاسخ‌ها، الگوی اسنادار د سؤالات کنکور در اولویت قرار داشته است.




از شما نیز خواهش می‌کنیم تا ایده‌ها و فکرهای بکر خود را در زمینه ارتقاء و بهبود این کتاب آموزشی با ما در میان بگذارید.

امیدواریم این کتاب قدمی، هر چند کوچک، در مسیر فراگیری علم و رشد آموزشی ایران عزیزمان باشد.

راهنمای استفاده از کتاب:

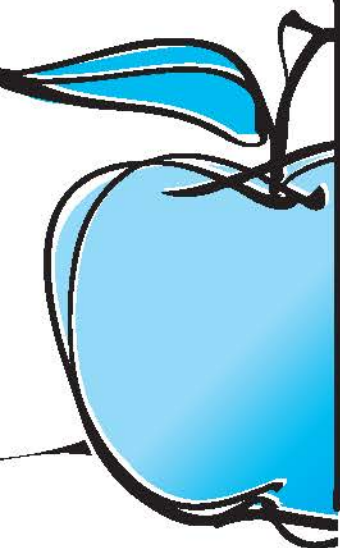
۱) ابتدا جزوه آموزشی دبیر خود را به عنوان منبع اصلی و پس از آن، درس‌نامه هر قسمت را که در شروع فصل آمده، با دقت مطالعه کنید.

در جریان باشید که:

سطح سؤالات در پاسخ‌نامه مشخص شده است که جهت ارزیابی و تخمین زمان پاسخ‌گویی می‌توانید از آن‌ها استفاده کنید. سؤالات آسان با نماد ، سؤالات متوسط با نماد  و سؤالات دشوار با نماد  مشخص شده است.

شماره سؤالاتی که با رنگ خاکستری مشخص شده‌اند، سؤالات تشبیهی می‌باشند.

۲) در آخر هر فصل، سؤالات جامع و ترکیبی همان فصل با عنوان آزمون قرار داده شده است؛ از این آزمون‌ها نیز جهت ارزشیابی و سنجش میزان یادگیری می‌توانید بهره ببرید.

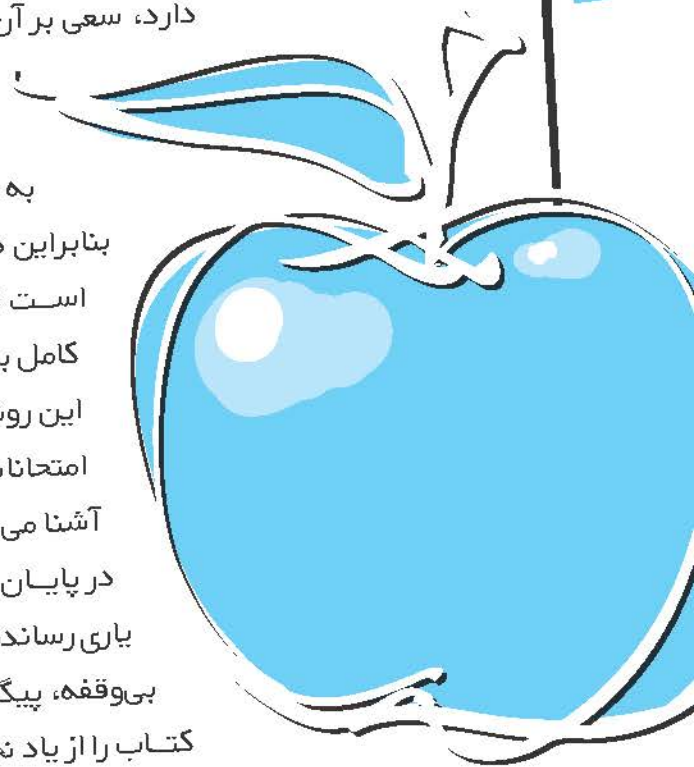


با تشکر و سپاس بی‌حد به درگاه خداوند باری تعالی که نخستین و بزرگ‌ترین یاری‌گر بندگان در آغاز و پایان هر کاریست. امید است این اثر بتواند نقشی هرچند کوچک در خدمت به جامعه تعلیم و تربیت کشور داشته باشد و زمینه رشد و پیشرفت دانش‌آموزان عزیز را فراهم آورد. قابل توجه است کتابی که در اختیار شما قرار دارد حاصل تجربیات حرفه‌ای و آموزشی ما در سالیان متمادی می‌باشد.

در این کتاب که به طرح استاندارد سوالات تستی بر پایه آخرین تغییرات کتاب درسی اختصاص دارد، سعی بر آن شده که مطالب به شکلی ساده و در عین حال کاربردی آموزش داده شود به طوری که دانش‌آموزان عزیز بتوانند با فراگیری کامل این مجموعه خود را برای ورود به مقطع بالاتر آماده نمایند.

بنابراین درخواستی که از شما دانش‌آموزان محترم داریم این است که در ابتدا با مطالعه دقیق کتاب درسی خود و تسلط کامل بر آن، به تست‌های موجود در این کتاب مراجعه کنید. با این روش علاوه بر تسلط به فصول کتاب درسی برای آمادگی امتحانات تشریحی، هم‌زمان با شکل تستی مطالب کتاب نیز آشنا می‌شوید.

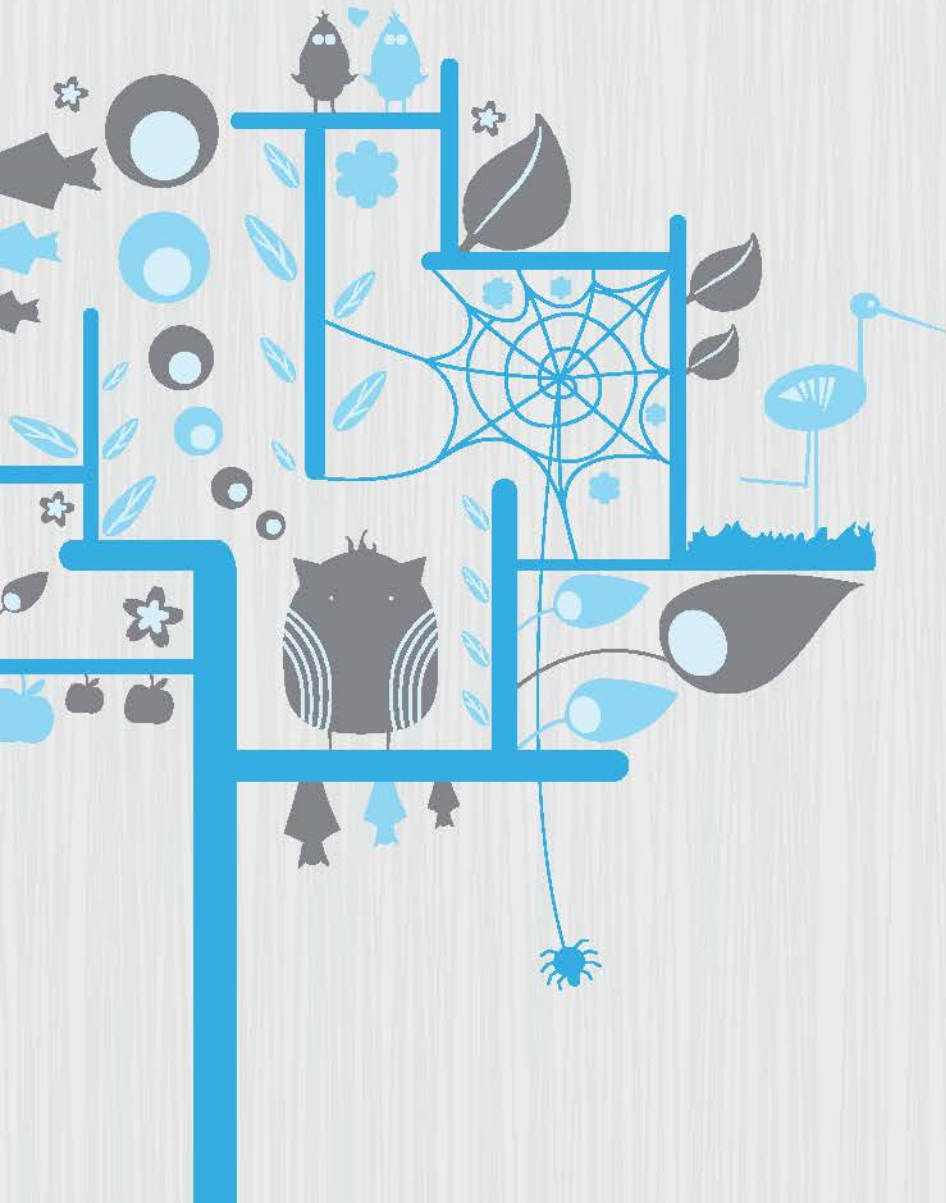
در پایان جا دارد از تمامی عزیزانی که ما را در پدید آوردن این اثر یاری رساندند تشکر ویژه‌ای داشته باشیم و هیچ‌گاه خاطره تلاش‌های بی‌وقفه، پیگیری و سخت‌کوشی شما در ابعاد اجرایی و آموزشی این کتاب را از یاد نخواهیم برد و امیدواریم در آینده نیز از حضور پرشور و استمرار همکاری شما در زمینه‌های دیگر بهره‌مند و برخوردار باشیم.



## تقدیم به:

همه آن‌ها که تا امروز در مسیر آموزش تلاش کرده‌اند. (■)

و شما که قرار است در آینده نزدیک، نقش علمی مهمی ایفا کنید. (■)



# فهرست

۷

فصل اول: دایره



۹۲

فصل دوم: تبدیل‌های هندسی و کاربردها



۱۴۵

فصل سوم: روابط طولی در مثلث



۲۲۰

بخش پایانی: آزمون جامع

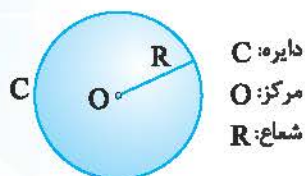


# فصل اول

## دایره

### درس ۱ مفاهیم اولیه و زاویه‌ها در دایره

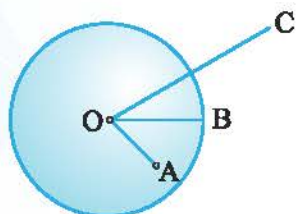
دایره: مکان هندسی نقاطی از صفحه که فاصله آن‌ها از یک نقطه ثابت (مرکز) به مقدار ثابت (شعاع) باشند را دایره می‌نامیم و بصورت  $C(O, R)$  نمایش می‌دهیم.



#### اوضاع نسبی نقطه و دایره



هر نقطه در صفحه نسبت به دایره، ۳ حالت می‌تواند داشته باشد:



$OA < R$ : داخل دایره

$OB = R$ : روی محیط

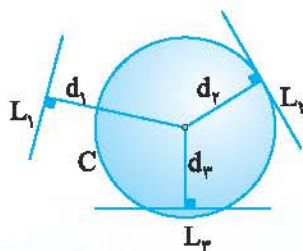
$OC > R$ : خارج دایره

#### اوضاع نسبی خط و دایره



هر خط در صفحه نسبت به دایره، ۳ حالت می‌تواند داشته باشد:

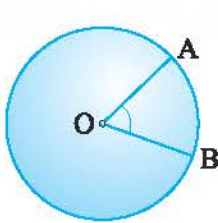
- $d_1 > R$  (متخارج) تقاطع نداشته باشند
- $d_2 = R$  (مماس) یک نقطه تقاطع داشته باشند
- $d_3 < R$  (مقاطع) دو نقطه تقاطع داشته باشند



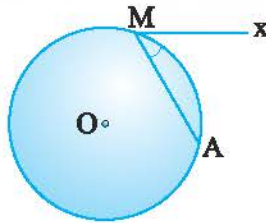
$L_1$  و  $C$  خارج هم هستند.

$L_2$  و  $C$  مماس بر هم هستند.

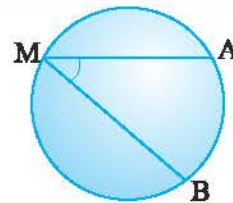
$L_3$  و  $C$  متقاطع هستند.



زاویه مرکزی  $\widehat{AOB}$



زاویه ظلّی  $\widehat{AMx}$



زاویه محاطی  $\widehat{AMB}$

$$\widehat{AOB} = 2\widehat{AMB}$$

$$\widehat{AMx} = \frac{\widehat{AM}}{2}$$

$$\widehat{AMB} = \frac{\widehat{AB}}{2}$$

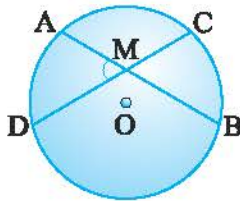
زاویه مرکزی: زاویه‌ای که رأس آن مرکز دایره بوده و اضلاع آن دو شعاع دایره باشند طبق تعریف اندازه کمان، اندازه هر زاویه مرکزی برابر با اندازه کمان مقابل به آن است.

زاویه محاطی: زاویه‌ای که رأس آن روی محیط دایره بوده و اضلاع آن دو وتر دایره باشند اندازه هر زاویه محاطی برابر با نصف کمان مقابل به آن است.

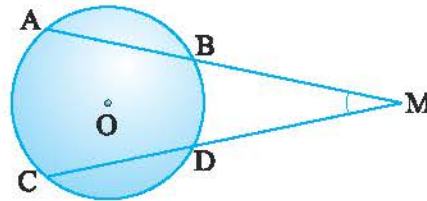
زاویه ظلّی: زاویه‌ای که رأس آن روی محیط دایره بوده و اضلاع آن یکی مماس بر دایره و یک ضلع آن وتر دایره باشد اندازه هر زاویه ظلّی برابر با نصف کمان مقابل آن است.

## زاویه بین وترهای متقاطع

نقطه تقاطع دو وتر غیرموازی می‌تواند داخل یا خارج دایره باشد. برای هر کدام از شکل‌های زیر می‌توان زاویه بین آن‌ها را محاسبه کرد.

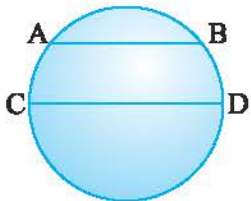


$$\widehat{M} = \frac{\widehat{BC} + \widehat{AD}}{2} \quad (1)$$



$$\widehat{M} = \frac{\widehat{AC} - \widehat{BD}}{2} \quad (2)$$

در هر دایره کمان‌های محصور بین ۲ وتر موازی با هم برابرند؛ یعنی در دایره زیر اگر  $AB \parallel DC$ ، می‌توان نتیجه گرفت که  $\widehat{AC} = \widehat{BD}$ . عکس این مطلب نیز صحیح می‌باشد، یعنی: اگر  $\widehat{AC}$  و  $\widehat{BD}$  دو کمان مساوی از یک دایره باشند، وترهای  $AB$  و  $CD$  نیز با هم موازی خواهند بود.



یک خط و یک دایره بر هم مماسند و اگر و تنها اگر این خط در نقطه تماس با دایره، بر شعاع آن نقطه عمود باشد.

زاویه مرکزی  $(\alpha)$ : رابطه طول کمان  $L = \frac{\pi R}{180} \alpha$

زاویه مرکزی  $(\alpha)$ : رابطه مساحت قطاع  $S = \frac{\pi R^2 \alpha}{360}$

در یک دایره، قطر عمود بر یک وتر، آن وتر و کمان آن را نصف می‌کند.

## سوالات طبقه‌بندی

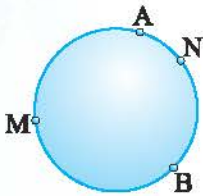
۱

۱- اگر شعاع دایره‌ای ۲ باشد، طول کمانی با اندازه ۶۰ درجه، چقدر خواهد بود؟

- $\frac{2}{3}$  (۱)       $\frac{2\pi}{3}$  (۲)       $\frac{4}{3}$  (۳)       $\frac{4\pi}{3}$  (۴)

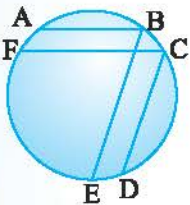
۲- در شکل  $\widehat{AMB} = 4\widehat{ANB}$ ، کمان  $\widehat{ANB}$  چه کسری از محیط دایره است؟

- $\frac{1}{4}$  (۱)       $\frac{1}{3}$  (۲)       $\frac{1}{5}$  (۳)       $\frac{1}{6}$  (۴)



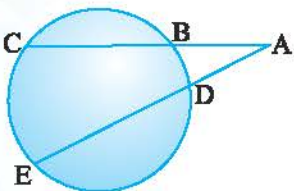
۳- در شکل اگر  $AB \parallel FC$ ،  $CD \parallel BE$ ،  $\widehat{AB} = 60^\circ$ ،  $\widehat{CD} = 40^\circ$ ،  $\widehat{EF} = 110^\circ$  باشد، اندازه زاویه  $\angle FCD$  چقدر است؟

- $90^\circ$  (۱)       $55^\circ$  (۲)       $70^\circ$  (۳)       $80^\circ$  (۴)



۴- در شکل مقابل اگر مجموع دو کمان  $\widehat{CE}$  و  $\widehat{BD}$ ،  $240^\circ$  و  $\widehat{CE}$  دو برابر  $\widehat{BD}$  باشد، اندازه زاویه  $\widehat{A}$  چند درجه است؟

- $30$  (۱)       $60$  (۲)       $100$  (۳)       $40$  (۴)

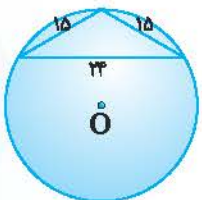


۵- فاصله نزدیک‌ترین و دورترین نقاط دایره C نسبت به نقطه دلخواه مفروضی A به ترتیب ۱۰ و ۱۲ می‌باشد. شعاع این دایره کدام است؟

- $1$  (۱)       $11$  (۲)      شعاع هر عدد طبیعی می‌تواند باشد. (۳)       $11$  یا  $1$  (۴)

۶- در شکل مقابل، شعاع دایره چقدر است؟

- $25$  (۱)       $\frac{25}{2}$  (۲)       $18$  (۳)       $9$  (۴)



۷- نقطه M خارج دایره  $C(O, R)$  است. اگر فاصله‌های دورترین و نزدیک‌ترین نقاط دایره از نقطه M به ترتیب ۱۶ و ۴ باشند، اندازه مماسی که از

M بر این دایره رسم می‌شود، کدام است؟

- $8$  (۱)       $6$  (۲)       $9$  (۳)       $12$  (۴)



۸- از نقطه  $M$  که نزدیکترین فاصله آن از دایره به مرکز  $O$  برابر  $4$  است، دو مماس  $MA$  و  $MB$  بر این دایره رسم شده است. اگر طول هر یک از

مماس‌ها برابر  $8$  باشد، طول  $AB$  چقدر است؟

- (۱)  $3/6$  (۲)  $4/8$  (۳)  $7/2$  (۴)  $9/6$

۹- ماهواره‌ای به دور قمر یکی از سیارات در حال گردش است. اگر دورترین فاصله از این قمر که این ماهواره می‌بیند با ماهواره  $6$  هزار کیلومتر باشد

و شعاع این قمر  $3$  هزار کیلومتر باشد، فاصله این قمر از ماهواره چقدر است؟

- (۱)  $3\sqrt{5} - 3$  هزار کیلومتر (۲)  $3\sqrt{5} - 1$  هزار کیلومتر  
(۳)  $1 + 3\sqrt{5}$  هزار کیلومتر (۴)  $3\sqrt{5} + 3$  هزار کیلومتر

۱۰- دایره  $C$  و خط  $d$  خارج آن مفروض اند. حداکثر چند خط می‌توان رسم کرد که بر دایره  $C$  مماس بوده و  $d$  را با زاویه ثابت  $\alpha$  (تند  $\alpha$ ) قطع کند؟

- (۱)  $4$  (۲)  $3$  (۳)  $2$  (۴)  $1$

۱۱-  $4$  خط متمایز  $l_1$  تا  $l_4$  بر دایره  $C$  مماس بوده و خط  $d$  در خارج آن را با زاویه  $\alpha$  قطع می‌کنند. در کدام حالت چهارضلعی پدید آمده، مربع است؟

- (۱)  $\alpha < 180^\circ$  (۲)  $\alpha = 45^\circ$  (۳)  $\alpha < 90^\circ$  (۴)  $\alpha = 90^\circ$

۱۲- در متوازی‌الاضلاع  $ABCD$ ، طول  $BC$  برابر با  $a$  و ضلع  $AB$  ثابت است. اگر زاویه  $A$  تغییر کند، مکان هندسی وسط  $DC$  کدام است؟

(۱) قسمتی از دایره به قطر  $AB$

(۲) دایره به مرکز وسط  $AB$  و شعاع  $a$

(۳) خطی موازی  $AB$

(۴) دایره به مرکز  $A$  و شعاع  $AB$

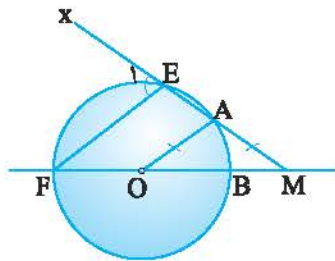
۱۳- در شکل مقابل، اگر  $OAM$  متساوی‌الساقین بوده و  $\widehat{M} = 10^\circ$  باشد، زاویه  $\widehat{E}$  چند درجه است؟

(۱)  $75$

(۲)  $80$

(۳)  $85$

(۴)  $90$



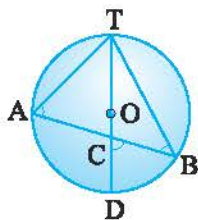
۱۴- در شکل مقابل، مرکز دایره  $O$  و  $\widehat{A} = 65^\circ$  و  $\widehat{B} = 35^\circ$ . زاویه  $\widehat{C}$  چقدر است؟

(۱)  $60^\circ$

(۲)  $61^\circ$

(۳)  $62^\circ$

(۴)  $63^\circ$



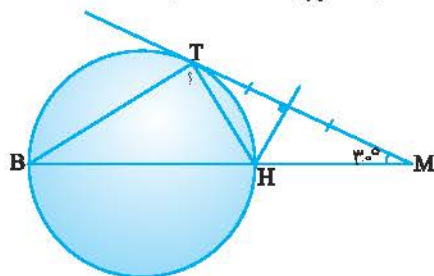
۱۵- در شکل زیر،  $MT$  بر دایره مماس می‌باشد. اگر عمودمنصف  $MT$  دایره را در  $H$  قطع کند و  $\widehat{M} = 30^\circ$  باشد، زاویه  $\widehat{HTB}$  کدام است؟

(۱)  $30^\circ$

(۲)  $60^\circ$

(۳)  $90^\circ$

(۴)  $45^\circ$



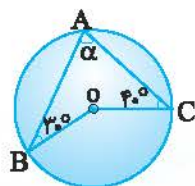
۱۶- در شکل مقابل، اگر  $\widehat{O}$  مرکز دایره باشد، زاویه  $\alpha$  چقدر است؟

(۱)  $70^\circ$

(۲)  $35^\circ$

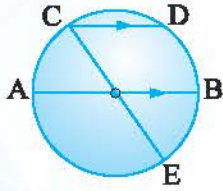
(۳)  $105^\circ$

(۴)  $140^\circ$



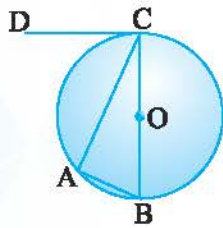


۱۷- در شکل زیر، اگر وتر  $CD$  با قطر  $AB$  موازی باشد و کمان  $BE$  برابر  $60^\circ$  درجه باشد، در این صورت زاویه محاطی  $\widehat{DCE}$  چند درجه است؟



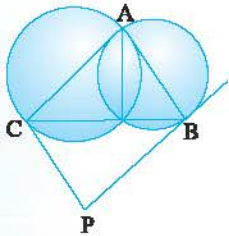
- ۱)  $60^\circ$
- ۲)  $30^\circ$
- ۳)  $15^\circ$
- ۴)  $45^\circ$

۱۸- در شکل زیر،  $AB$  ضلع یک هشت‌ضلعی منتظم محاط در دایره است. همچنین  $DC$  بر دایره مماس است. اندازه  $\widehat{DCA}$  چند درجه است؟



- ۱)  $60^\circ$
- ۲)  $55^\circ$
- ۳)  $67/5^\circ$
- ۴)  $62/5^\circ$

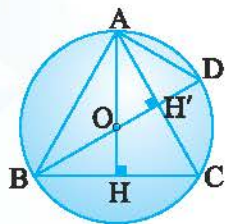
۱۹- در شکل مقابل، اگر  $AB$  و  $AC$  بر هم عمود باشند و  $PB$  و  $PC$  نیز بر دو دایره مماس باشند، اندازه زاویه  $P$  چقدر است؟



- ۱)  $90^\circ$
- ۲)  $90^\circ$
- ۳)  $80^\circ$
- ۴)  $120^\circ$

(سراسری-۹۲)

۲۰- در شکل زیر،  $O$  محل تلاقی ارتفاع‌های مثلث  $ABC$  است. زاویه  $\widehat{AOD}$  برابر کدام است؟



- ۱)  $\widehat{OBC}$
- ۲)  $\widehat{CAD}$
- ۳)  $\widehat{OAC}$
- ۴)  $\widehat{ADO}$

۲۱- در مثلث متساوی‌الساقین  $(AB = AC)ABC$ ، نقطه  $O$  در امتداد  $AC$  مرکز دایره‌ای است که در نقطه  $B$  بر ضلع  $AB$  مماس است و امتداد  $BC$  این دایره را در  $D$  قطع کرده است. مثلث  $OCD$  چگونه است؟

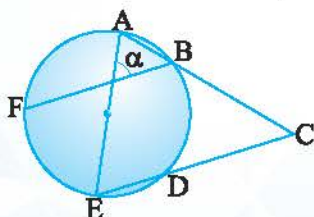
(سراسری-۹۴)

- ۱) متساوی‌الساقین
- ۲) قائم‌الزاویه
- ۳) قائم‌الزاویه و متساوی‌الساقین
- ۴) غیر مشخص

۲۲- در مثلث  $ABC$  طول  $BC = 8$  و  $\angle A = 60^\circ$ . طول میانه  $AM$  کدام‌یک از مقادیر زیر می‌تواند باشد؟

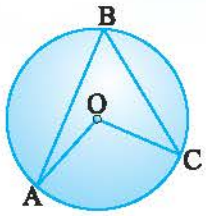
- ۱) ۳
- ۲) ۸
- ۳) ۷
- ۴) ۶

۲۳- در شکل زیر،  $AB = ED$  و  $AE$  قطر دایره است. اگر  $F$  کمان  $AE$  را نصف کند و  $\widehat{C} = 50^\circ$  باشد،  $\alpha$  چند درجه است؟



- ۱)  $50^\circ$
- ۲)  $90^\circ$
- ۳)  $60^\circ$
- ۴)  $70^\circ$

۲۴- در شکل زیر، O مرکز دایره است، طوری که  $\widehat{AOC} = (3\alpha + 15)^\circ$ ،  $\widehat{AB} = (2\beta + \alpha)$  و  $\widehat{BC} = (\beta + 3\alpha)$ ، اگر  $\widehat{ABC} = (\alpha + 12)^\circ$ ، آن گاه  $\beta$  کدام است؟

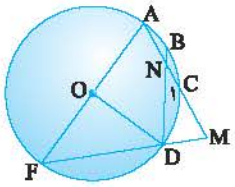


- (۱) ۹۴
- (۲) ۹۱
- (۳) ۸۶
- (۴) ۸۴

۲۵- در مثلثی دو رأس A و B ثابت اند و  $\widehat{A} + \widehat{B} = 110^\circ$ . مکان هندسی نقطه C کدام است؟

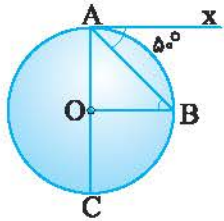
- (۱) کمان بیشتر از نیم دایره
- (۲) کمان کمتر از نیم دایره
- (۳) وتری از دایره
- (۴) دایره

۲۶- در شکل زیر، O مرکز دایره است. اگر  $\widehat{M} = \widehat{N}$  دو برابر  $\widehat{N}$  باشد و  $\widehat{AB} = \widehat{CD} = \widehat{BC}$ ، در این صورت  $\widehat{FOD}$  چند درجه است؟



- (۱)  $32^\circ$
- (۲)  $72^\circ$
- (۳)  $36^\circ$
- (۴)  $80^\circ$

۲۷- در شکل مقابل، هرگاه  $\widehat{xAB} = 50^\circ$  و xA مماس بر دایره باشد، O کدام است؟



- (۱)  $100^\circ$
- (۲)  $40^\circ$
- (۳)  $50^\circ$
- (۴)  $80^\circ$

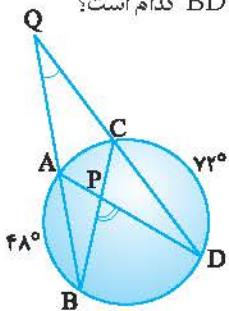
۲۸- در دایره ای امتداد دو وتر مساوی AB و CD در بیرون آن زاویه  $80^\circ$  می سازند و کمان ها داخل این زاویه به نسبت ۱ و ۵ می باشد، کمان AB چند درجه است؟

- (۱)  $50^\circ$
- (۲)  $55^\circ$
- (۳)  $60^\circ$
- (۴)  $65^\circ$

۲۹- در یک دایره به مرکز O، دو قطر AB و CD بر همدیگر عمودند. از نقطه M واقع بر کمان AC، مماسی بر دایره رسم کرده تا امتداد AB را در P و امتداد CD را در نقطه Q قطع کند. اگر  $\widehat{QPA} = 70^\circ$  باشد، اندازه زاویه QMB کدام است؟

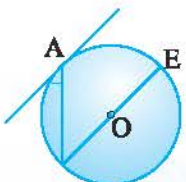
- (۱)  $50^\circ$
- (۲)  $60^\circ$
- (۳)  $70^\circ$
- (۴)  $80^\circ$

۳۰- در شکل زیر، اندازه زاویه BPD، ۳ برابر اندازه زاویه Q است. اگر  $\widehat{AB} = 48^\circ$  و  $\widehat{CD} = 72^\circ$  باشد، اندازه کمان BD کدام است؟



- (۱)  $160^\circ$
- (۲)  $150^\circ$
- (۳)  $80^\circ$
- (۴)  $140^\circ$

۳۱- در شکل مقابل، O مرکز دایره و  $\widehat{A} = 42^\circ$  می باشد. کمان AE چند درجه است؟



- (۱) ۸۴
- (۲) ۹۴
- (۳) ۹۶
- (۴) ۹۸



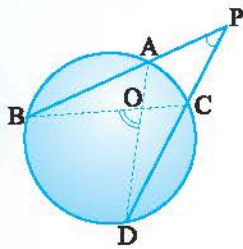
۳۲- در دایره‌ای، دو وتر با زاویه ۴۵ درجه متقاطع‌اند. دو کمان غیرمتقابل به این زاویه به نسبت‌های ۳ و ۲ می‌باشد. اندازه بزرگ‌ترین کمان چند درجه است؟

۱۹۵۲ (۴)

۱۸۴ (۳)

۱۶۲ (۲)

۱۵۴ (۱)



۳۳- در شکل مقابل  $\widehat{P} = 20^\circ$  و  $\widehat{O} = 70^\circ$ . زاویه  $\widehat{PAD}$  چند درجه است؟

۱۲۰° (۱)

۱۲۵° (۲)

۱۳۰° (۳)

۱۳۵° (۴)

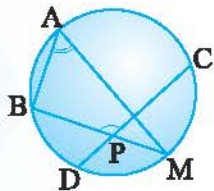
۳۴- در شکل مقابل، نقطه M وسط کمان CD است و  $\widehat{AB} = 50^\circ$ . اندازه  $\widehat{A} + \widehat{P}$  چند درجه است؟

۱۶۵° (۱)

۱۷۰° (۲)

۱۸۰° (۳)

۲۲۵° (۴)



(سراسری - ۸۶)

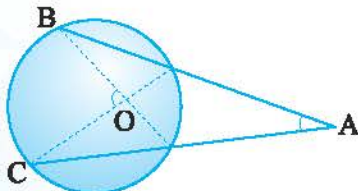
۳۵- در شکل مقابل  $A = 27^\circ$  و  $O = 71^\circ$ . کمان BC چند درجه است؟

۹۸° (۱)

۱۰۰° (۲)

۱۰۲° (۳)

۱۰۴° (۴)



(زاد - ۹۱)

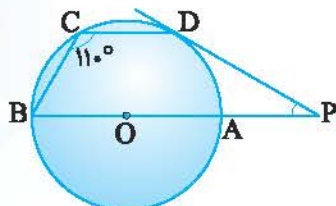
۳۶- در شکل داده شده اگر AB قطر دایره و  $\widehat{C} = 110^\circ$  باشد، ان‌گاه زاویه  $\widehat{P}$  چقدر است؟

۵۰° (۱)

۶۰° (۲)

۴۵° (۳)

۵۵° (۴)



۳۷- در یک دایره به شعاع  $\frac{48}{\pi}$  اندازه زاویه منفرجه بین دو وتر AB و CD برابر ۱۴۰ درجه است. اگر اندازه یکی از کمان‌های ایجاد شده ۶۵ درجه باشد، طول کمان روبه‌رو به این زاویه، چقدر است؟

۱۵ (۴)

۱۲ (۳)

۸ (۲)

۴ (۱)

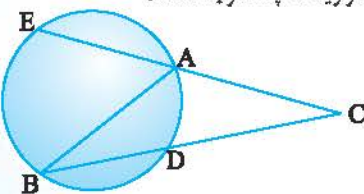
۳۸- در شکل زیر، هرگاه  $AB = AC$  و مجموع دو کمان AE و DB برابر ۲۱۰ درجه باشد، در این صورت زاویه C چند درجه است؟

۴۵° (۱)

۶۰° (۲)

۲۵° (۳)

۱۵° (۴)



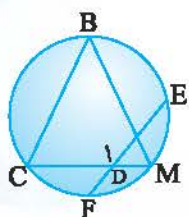
۳۹- در شکل زیر، M وسط کمان EF است و  $\widehat{B} = 60^\circ$  و  $\widehat{M} = 70^\circ$  است. اندازه  $\widehat{C} + \widehat{D}$  چند درجه است؟

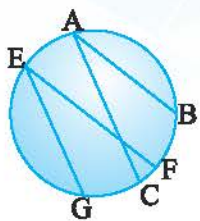
۱۷۵° (۱)

۱۶۰° (۲)

۱۸۰° (۳)

۱۷۰° (۴)





۴۰- در شکل مقابل، اندازه  $\widehat{BF} = 20^\circ$  و  $\widehat{CF} = 50^\circ$  و  $AB \parallel EF$  و  $AC \parallel EG$  است. اندازه  $\widehat{E}$  چند درجه است؟

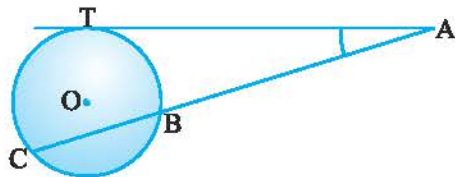
- ۱)  $70^\circ$
- ۲)  $30^\circ$
- ۳)  $35^\circ$
- ۴)  $60^\circ$

۴۱- در یک دایره اندازه زاویه حاده بین دو وتر  $AB$  و  $CD$ ،  $60^\circ$  درجه است. اگر اندازه یکی از کمان‌های ایجاد شده  $140^\circ$  درجه باشد، اندازه کمان روبه‌رو به این زاویه چند درجه است؟

- ۱)  $120^\circ$
- ۲)  $160^\circ$
- ۳)  $100^\circ$
- ۴)  $80^\circ$

۴۲- در شکل مقابل،  $AT$  مماس و کمان‌های  $\widehat{BC} = \widehat{CT} = 2\widehat{BT}$ . زاویه  $A$  چند درجه است؟

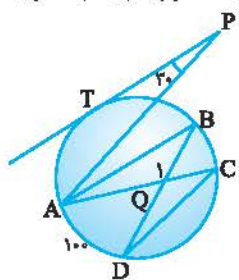
- ۱)  $18^\circ$
- ۲)  $72^\circ$
- ۳)  $36^\circ$
- ۴)  $144^\circ$



۴۳- در شکل زیر،  $T$  وسط کمان  $AB$  و  $AB$  نیمساز زاویه  $\widehat{PAC}$  می‌باشد. در این صورت اگر  $\widehat{AD} = 100^\circ$  و  $P = 30^\circ$  باشد، زاویه  $\widehat{Q}$  چند درجه

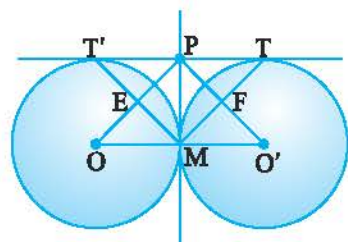
است؟

- ۱)  $100^\circ$
- ۲)  $80^\circ$
- ۳)  $60^\circ$
- ۴)  $30^\circ$



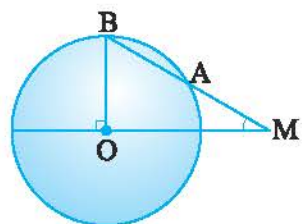
۴۴- مطابق شکل مماس‌های مشترک دو دایره مماس خارج را رسم می‌کنیم. چهارضلعی PEMF کدام است؟

- ۱) مربع
- ۲) لوزی
- ۳) مستطیل
- ۴) متوازی‌الاضلاع



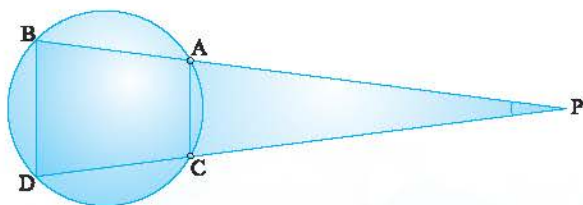
۴۵- نقطه  $M$  خارج از دایره  $C(O, R)$  طوری قرار دارد که  $MA = R$ ، اگر زاویه  $O$  قائمه باشد، اندازه زاویه  $M$  کدام است؟

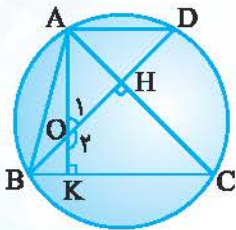
- ۱)  $15^\circ$
- ۲)  $22/5^\circ$
- ۳)  $30^\circ$
- ۴)  $45^\circ$



۴۶- در شکل مقابل،  $AC = R$  و  $BD = \sqrt{2}R$ ، اندازه زاویه  $P$  کدام است؟ ( $R$  شعاع دایره است.)

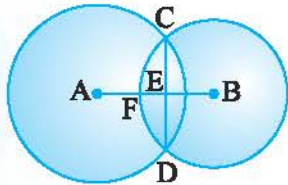
- ۱)  $15^\circ$
- ۲)  $30^\circ$
- ۳)  $45^\circ$
- ۴)  $60^\circ$



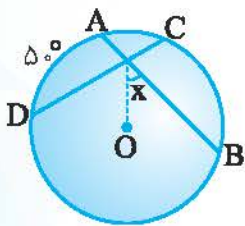


- ۴۷- در شکل مقابل، نقطه O محل تلاقی ارتفاع‌های مثلث ABC است. زاویه  $\widehat{AOD}$  برابر کدام است؟
- ۱)  $\widehat{OBC}$
  - ۲)  $\widehat{CAD}$
  - ۳)  $\widehat{OAC}$
  - ۴)  $\widehat{ADO}$

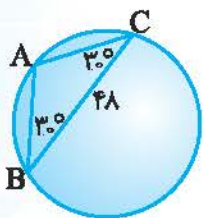
- ۴۸- بر دایره‌ای سه نقطه M و N و P را اختیار می‌کنیم و از A وسط کمان MN به B وسط کمان NP وصل می‌کنیم. این خط وترهای MN و NP را به ترتیب در C و D قطع می‌کند. نوع مثلث CND کدام است؟
- ۱) متساوی‌الاضلاع
  - ۲) متساوی‌الساقین
  - ۳) مختلف‌الاضلاع
  - ۴) قائم‌الزاویه



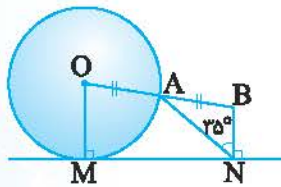
- ۴۹- در شکل زیر  $BE = ED$  است و A و B مراکز دایره‌ها هستند. زاویه  $\widehat{CFA}$  چند درجه است؟
- ۱)  $92/5$
  - ۲)  $102/5$
  - ۳)  $112/5$
  - ۴)  $122/5$



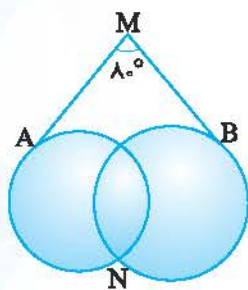
- ۵۰- در شکل مقابل دو وتر AB و CD مساوی‌اند. اگر O مرکز دایره باشد، زاویه X کدام است؟
- ۱)  $55^\circ$
  - ۲)  $65^\circ$
  - ۳)  $40^\circ$
  - ۴)  $35^\circ$



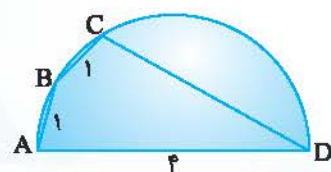
- ۵۱- در شکل مقابل، شعاع دایره چقدر است؟
- ۱)  $18\sqrt{3}$
  - ۲)  $12\sqrt{3}$
  - ۳)  $16\sqrt{3}$
  - ۴)  $18\sqrt{3}$



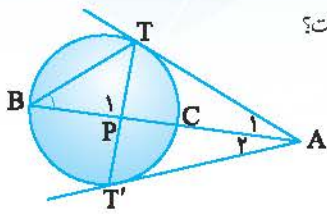
- ۵۲- در شکل مقابل  $OA = AB$  و  $\widehat{M} = \widehat{N} = 90^\circ$  است. زاویه  $\widehat{OAN}$  کدام است؟
- ۱)  $70^\circ$
  - ۲)  $105^\circ$
  - ۳)  $120^\circ$
  - ۴)  $135^\circ$



- ۵۳- مطابق شکل، از نقطه M دو مماس بر دایره‌های  $C(O, R)$  و  $C'(O', R')$  رسم کرده‌ایم  $\widehat{ANB}$  کدام است؟
- ۱)  $100^\circ$
  - ۲)  $90^\circ$
  - ۳)  $80^\circ$
  - ۴)  $40^\circ$

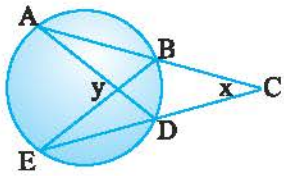


- ۵۴- در شکل مقابل طول CD کدام است؟
- ۱)  $\frac{5\sqrt{2}}{4}$
  - ۲)  $\frac{5}{2}$
  - ۳)  $2\sqrt{3}$
  - ۴)  $\sqrt{11}$



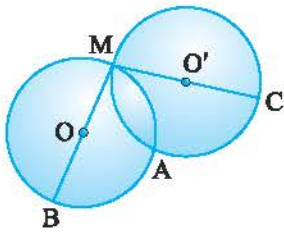
۵۵- در شکل روبه‌رو، هرگاه  $\widehat{A}_1 = 20^\circ$  و  $\widehat{A}_2 = 15^\circ$  و  $\widehat{B} = 30^\circ$  باشند، در این صورت  $\widehat{P}$  چند درجه است؟

- ۵۰° (۱)
- ۷۵° (۲)
- ۸۵° (۳)
- ۹۲/۵° (۴)



۵۶- اگر در شکل مقابل زوایه  $x$ ،  $50^\circ$  درجه کمتر از  $y$  باشد، اندازه کمان  $\widehat{BD}$  چقدر است؟

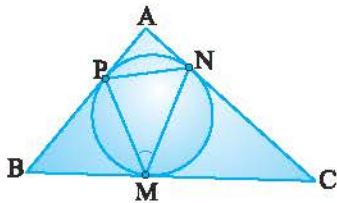
- ۲۵ (۱)
- ۳۰ (۲)
- ۵۰ (۳)
- ۶۰ (۴)



۵۷- در شکل مقابل، کدام حکم درست است؟

- (۱) A و B و C روی یک خط راست قرار دارند.
- (۲) زاویه  $\angle MAC$  حاده است.
- (۳) زاویه  $\angle MAC$  منفرجه است.
- (۴) عموماً  $MA$  نیمساز زاویه  $\angle BMC$  است.

۵۸- در شکل زیر دایره محاطی مثلث در نقاط M و N و P بر اضلاع مثلث ABC مماس می‌باشد. زاویه M از این مثلث برحسب زوایای مثلث ABC کدام است؟



- (۱)  $\widehat{A}$
- (۲)  $90 - \frac{\widehat{A}}{2}$
- (۳)  $\frac{\widehat{A}}{2}$
- (۴)  $\frac{\widehat{B} - \widehat{C}}{2}$