



علوی

## ریاضی تجربی (پایه یازدهم)

نسرتین شیرخانی

مجموعه کتابهای همراه علوی

# سخن‌ناشر

به نام آن‌که هستی نام از او یافت




کتاب پیش رو، مجموعه‌ای از اهم مباحث و نکات تحت عنوان درس‌نامه و همچنین تعداد قابل توجهی سؤال چهار گزینه‌ای تألیفی و گردآوری شده توسط برترین مدرسان کشور می‌باشد. شبان به ذکر است تقریباً تمام سؤالات کنکورهای سراسری سال‌های گذشته نیز که با کتاب جدید هم‌خوان هستند، در این کتاب گردآوری شده است. برای تمامی سؤالات، پاسخ‌نامه تشریحی کامل در اختیار شماست و در تمام قسمت‌ها، مؤلفین محترم نکته‌ای آموزشی و تحلیلی را نیز به پاسخ‌نامه اضافه کرده که این امر سبب شده است تا این کتاب، علاوه بر از ایجاد آشنایی مخاطب با نحوه پرسش و الگوی پاسخ‌گویی، به یادگیری و تکمیل اطلاعات علمی دانش‌آموز نیز کمک کند؛ و مهم‌تر از همه این‌که در تمام سؤالات و پاسخ‌ها، الگوی استاندارد سؤالات کنکور در اولویت قرار داشته است.

از شما نیز خواهش می‌کنیم تا ایده‌ها و فکرهای بکر خود را در زمینه ارتقاء و بهبود این کتاب آموزشی با ما در میان بگذارید. امیدواریم این کتاب قدمی، هر چند کوچک، در مسیر فراگیری علم و رشد آموزشی ایران عزیزمان باشد.

راهنمای استفاده از کتاب:

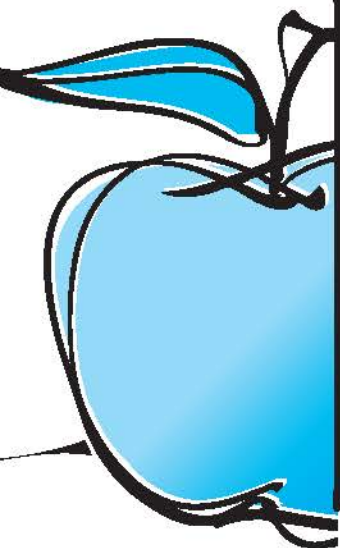
۱) ابتدا جزوه آموزشی دبیر خود را به‌عنوان منبع اصلی و پس از آن، درس‌نامه هر قسمت را که در شروع فصل آمده، با دقت مطالعه کنید.

در جریان باشید که:

سطح سؤالات در پاسخ‌نامه مشخص شده است که جهت ارزیابی و تخمین زمان پاسخ‌گویی می‌توانید از آن‌ها استفاده کنید. سؤالات آسان با نماد ، سؤالات متوسط با نماد  و سؤالات دشوار با نماد  مشخص شده است.

شماره سؤالاتی که با رنگ خاکستری مشخص شده‌اند، سؤالات تشییعی می‌باشند.

۲) در آخر هر فصل، سؤالات جامع و ترکیبی همان فصل با عنوان آزمون قرار داده شده است؛ از این آزمون‌ها نیز جهت ارزیابی و سنجش میزان یادگیری می‌توانید بهره ببرید.



«به نام حضرت دوست، که هرچه داریم از اوست»

دوست عزیز سلام

از این‌که توفیق پیدا کردم، با تألیف این کتاب، سهمی در همراهی با شما عزیزان در صحنه علم و دانش داشته باشم، پروردگارم را بسیار سپاس می‌گویم.

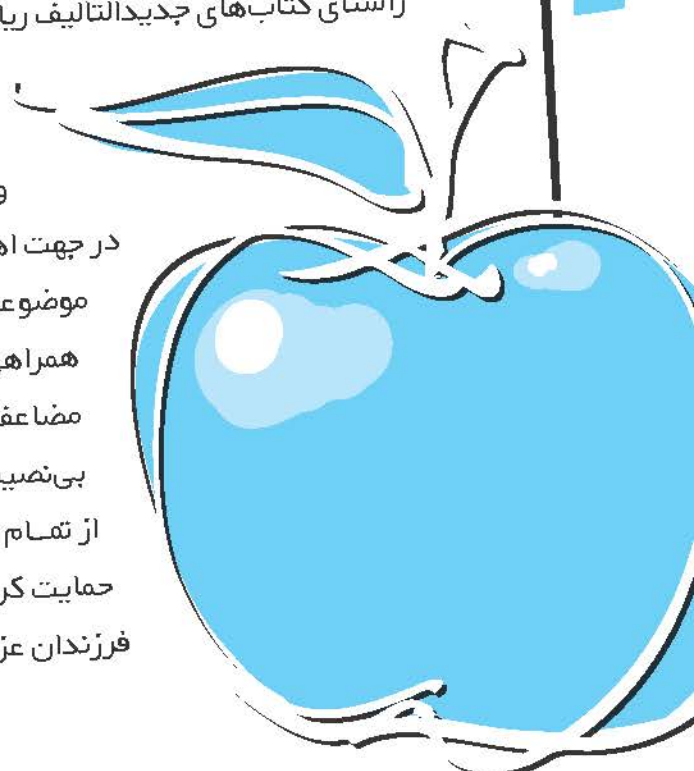
کتاب حاضر شامل تست‌های کنکور، تست‌های تألیفی مفهومی و درسنامه‌های آموزشی در راستای کتاب‌های جدیدالتألیف ریاضی یازدهم رشته تجربی می‌باشد.

دانش‌آموزان عزیز، پس از مطالعه عمیق و دقیق کتاب درسی به‌عنوان مهم‌ترین منبع، این کتاب جهت تثبیت و تعمیق بیشتر و افزایش مهارت تست‌زنی، مکمل مناسبی در جهت اهداف کنکور شما خواهد بود و مرجعی غنی از تست‌های موضوعی کتاب درسی می‌باشد.

همراهی شما در این مسیر مایه شادی و مسرت ماست، شادی مضاعف زمانی است که ما را از انتقادات و پیشنهادات خود بی‌نصیب نگردانید.

از تمام عزیزانی که در مراحل تألیف و چاپ کتاب صبورانه من را حمایت کردند، مخصوصاً پرسنل محترم انتشارات علوی و همسر و فرزندان عزیزم، بی‌نهایت سپاسگزارم.

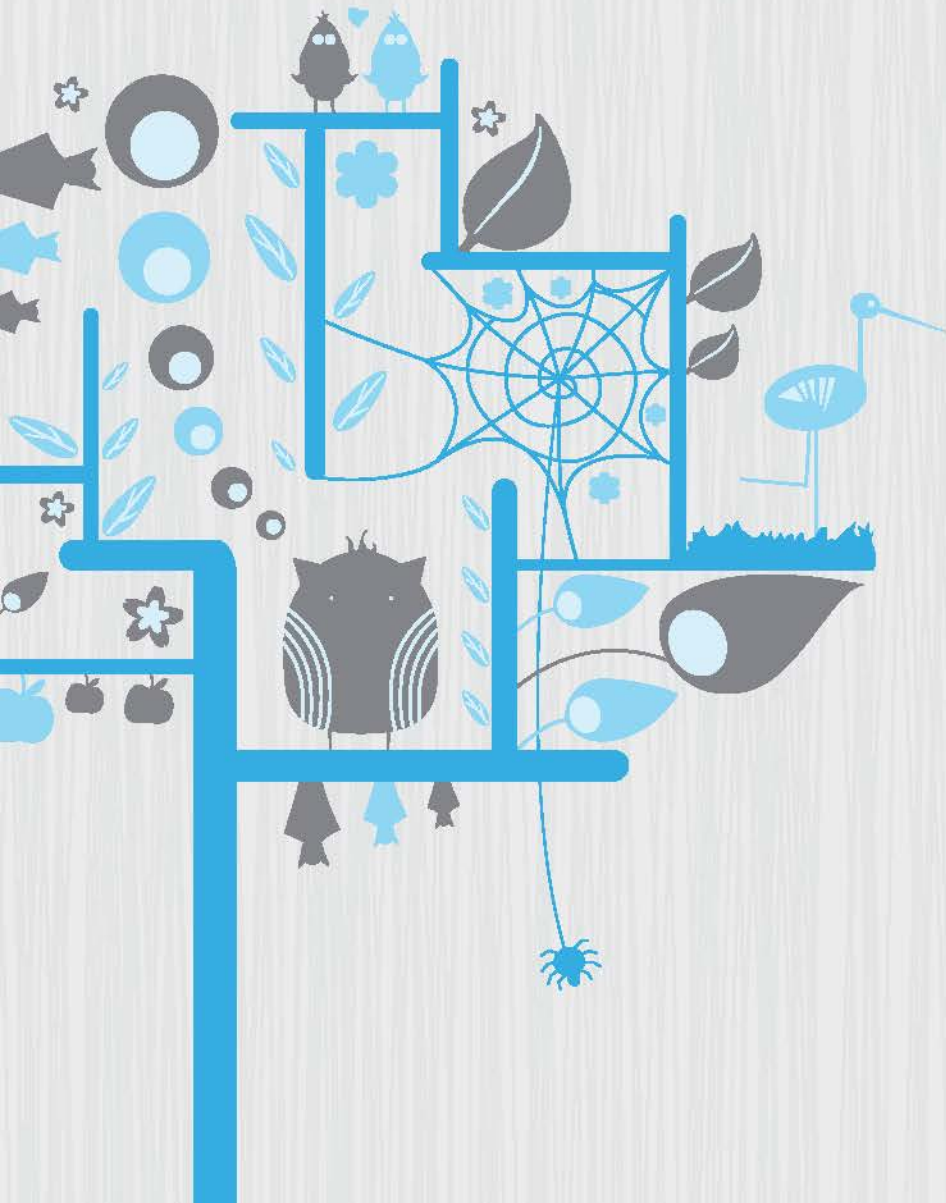
با آرزوی توفیق روزافزون برای تمام فرزندان سرزمینم



## تقدیم به:

همه آن‌ها که تا امروز در مسیر آموزش تلاش کرده‌اند. (■)

و شما که قرار است در آینده نزدیک، نقش علمی مهمی ایفا کنید. (■)



# فهرست

۷ فصل اول: هندسه تحلیلی و جبر



۶۲ فصل دوم: هندسه



۱۰۲ فصل سوم: تابع



۱۵۲ فصل چهارم: مثلثات



۱۹۳ فصل پنجم: توابع نمایی و لگاریتمی



۲۳۷ فصل ششم: حد و پیوستگی



۲۸۴ فصل هفتم: آمار و احتمال



۳۲۱ آزمون‌های جامع



# فصل اول

## هندسه تحلیلی و جبر

### درس ۱ هندسه تحلیلی

محور تکبعدی در راستای افق را محور طول‌ها می‌گوییم. در این محور هر نقطه با یک طول منحصر به فرد مشخص می‌شود؛ یعنی شناخت نقطه‌ای مانند  $A$  روی محور  $X$ ‌ها به صورت  $x_A$  می‌باشد.



اگر  $A$  در سمت راست صفر قرار گیرد، دارای طول مثبت و در سمت چپ، دارای طول منفی است.

حال اگر دو نقطه  $A$  و  $B$  با طول‌های  $x_A$  و  $x_B$  در محور مختصات تکبعدی افقی داشته باشیم، طول پاره خط  $AB$  در آن برابر است با:

$$AB = |x_B - x_A|$$

به همین ترتیب محور تکبعدی در راستای عمودی را که محور عرض‌ها می‌گوییم، هر نقطه را با یک عرض منحصر به فرد تعیین می‌کند. سپس شناخت نقطه‌ای مانند  $A$  روی محور  $Y$ ‌ها به صورت  $y_A$  است که اگر بالای صفر باشد، مثبت و در صورتی که پایین صفر قرار گیرد، منفی می‌باشد.



اگر دو نقطه متمایز  $A$  و  $B$  با عرض‌های  $y_A$  و  $y_B$  در محور مختصات تکبعدی عمودی داشته باشیم، طول پاره خط  $AB$  برابر است با:

$$AB = |y_B - y_A|$$

### محورهای مختصات دوبعدی



در دستگاه محورهای مختصات دوبعدی، دو محور یکی در راستای محور طولی و دیگری در راستای محور عرضی، بر هم عمود می‌شوند و محل تلاقی آن‌ها که طول و عرض صفر دارد، مبدأ مختصات قرار می‌گیرد. در محور مختصات دوبعدی، هر نقطه دارای یک مختصات منحصر به فرد است که طول و عرض معینی دارد در محورهای مختصات، چهار ناحیه داریم:

محور $Y$ ‌ها یا عرض‌ها ( $y$ by)		محور $X$ ‌ها یا طول‌ها ( $x$ by $x$ )	
ناحیه اول	$x > 0$	ناحیه دوم	$x < 0$
$y > 0$		$y > 0$	
ناحیه چهارم	$x > 0$	ناحیه سوم	$x < 0$
$y < 0$		$y < 0$	

با توجه به محورهای مختصات و نواحی آن، اگر نقطه روی محور طول‌ها باشد، عرض آن صفر و اگر روی محور عرض‌ها باشد، طول آن صفر است. (محور طول‌ها و عرض‌ها به ناحیه خاصی تعلق ندارند)

رسم خط: از یک نقطه بی‌شمار خط راست می‌گذرد، اما از دو نقطه متمایز، تنها یک خط راست عبور می‌کند برای رسم هر خط کفلی است دو نقطه دلخواه و متمایز از آن خط را داشته باشیم.

### نوشتن معادله یک خط



برای نوشتن معادله یک خط باید شیب خط و یک نقطه از خط را داشته باشیم. اگر شیب را  $m$  و نقطه مورد نظر را  $(x_0, y_0)$  بنامیم، معادله به صورت زیر است:

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

### پیدا کردن شیب خط



در بسیاری از موارد شیب به طور مستقیم در اختیار ما قرار نمی‌گیرد و باید از روش‌های زیر کمک بگیریم:

الف) اگر دو نقطه  $(x_1, y_1)$  و  $(x_2, y_2)$  از یک خط را داشته باشیم، برای به دست آوردن شیب از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

ب) خطی که به صورت  $y = ax + b$  مرتب شده است، شیبی برابر  $a$  دارد

پ) خطی که معادله آن به صورت  $ax + by + c = 0$  مرتب شده است، شیبی برابر  $-\frac{a}{b}$  دارد.

ت) اگر خطی با جهت مثبت محور  $X$ ها زاویه  $\alpha$  بسازد، شیب خط همان  $\tan \alpha$  است.

ث) دو خط موازی، شیب‌های مساوی دارند

ج) دو خط بر هم عمودند، هرگاه شیب یکی، معکوس و قرینه شیب دیگری باشد، یا به عبارتی حاصل ضرب شیب‌های آن دو خط  $-1$  باشد. (عمود بودن دو خط حالت خاصی از دو خط متقاطع است)

چ) خطوط  $x = a$  و  $x = b$  موازی‌اند و فاصله آن‌ها  $|a - b|$  است. خطوط  $y = k$  و  $y = k'$  موازی‌اند و فاصله آن‌ها  $|k - k'|$  است.

خط  $x = 0$ ، معادله محور  $y$ ها و خط  $y = 0$ ، معادله محور  $x$ ها می‌باشد.



خطوطی که معادله آن‌ها به صورت  $x = k$  می‌باشد، موازی محور  $y$ ها هستند و شیب آن‌ها تعریف نشده است. خطوطی که معادله آن‌ها به صورت  $y = k'$  می‌باشد، موازی محور  $x$ ها هستند و شیب آن‌ها صفر است. در حالت کلی دو خط  $x = k$  و  $y = k'$  همواره بر هم عمودند.



نیمساز ناحیه اول و سوم، خط  $y = x$  با شیب  $1$  می‌باشد و زاویه‌ای که با جهت مثبت محور  $x$ ها می‌سازد، برابر  $45^\circ$  است.

نیمساز ناحیه دوم و چهارم، خط  $y = -x$  با شیب  $-1$  می‌باشد و زاویه‌ای که با جهت مثبت محور  $x$ ها می‌سازد، برابر  $135^\circ$  است.

در حالت کلی خط  $y = x$  و  $y = -x$  بر یکدیگر عمودند.



### حالات مختلف عبور خط $y = ax + b$ از نواحی مختصات



الف) فقط از ناحیه اول و سوم می‌گذرد:  $a > 0, b = 0$

ب) فقط از ناحیه دوم و چهارم می‌گذرد:  $a < 0, b = 0$

پ) فقط از ناحیه سوم نمی‌گذرد:  $a < 0, b > 0$

ت) فقط از ناحیه اول نمی‌گذرد:  $a < 0, b < 0$

ث) فقط از ناحیه چهارم نمی‌گذرد:  $a > 0, b = 0$

ج) فقط از ناحیه دوم نمی‌گذرد:  $a > 0, b < 0$

چ) از ناحیه اول و دوم نمی‌گذرد:  $a = 0$  (خط موازی محور  $x$ ها به معادله  $y = k$  که  $k < 0$  است).

ح) از ناحیه سوم و چهارم نمی‌گذرد:  $a = 0$  (خط موازی محور  $x$ ها به معادله  $y = k$  که  $k > 0$  است).

$$m_{BC} = m_{AC}$$

اگر سه نقطه  $A, B$  و  $C$  بر یک استقامت باشند؛ یعنی هر سه روی یک خط راست باشند، داریم:



طول از مبدأ یک خط، نقطه‌ای از خط است که پهنازی آن عرض صفر است و عرض از مبدأ یک خط، نقطه‌ای از خط است که طول آن صفر

است. اگر  $a$  طول از مبدأ و  $b$  عرض از مبدأ یک خط باشد، می‌توانیم معادله آن را به صورت  $1 = \frac{x}{a} + \frac{y}{b}$  نیز مرتب کنیم.





محل برخورد دو خط یعنی محل تلاقی آن‌ها را با حل دستگاه دو معادله، دو مجهول به دست آوریم. وضعیت دو خط نسبت به هم به سه حالت زیر است:

$$\begin{cases} ax + by + c = 0 \\ a'x + b'y + c' = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{اگر } \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'} & \text{دو خط موازی اند و نقطه تلاقی ندارند.} \\ \text{اگر } \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} & \text{دو خط منطبق اند و بی‌شمار نقطه تلاقی دارند.} \\ \text{اگر } \frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'} & \text{دو خط متقاطع اند و یک نقطه برخورد دارند.} \end{cases}$$



دو خط  $d_1$  و  $d_2$  متقاطع‌اند. اگر شیب آن‌ها به ترتیب  $m_1$  و  $m_2$  باشد، تاثرات زاویه حاده بین این دو خط از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\tan \theta = \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right|$$

### طول پاره خط



فرض کنید در پاره خط  $AB$  که  $A(x_A, y_A)$  و  $B(x_B, y_B)$  باشد، بخواهیم طول پاره خط  $AB$  را به دست آوریم. طول پاره خط  $AB$  همان فاصله نقطه  $B$  از  $A$  می‌باشد و داریم:

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$



فاصله نقطه  $A$  از مبدأ را می‌توان از رابطه مقابل محاسبه کرد:

$$OA = \sqrt{x_A^2 + y_A^2}$$

### تعیین نوع مثلث



برای تعیین کردن نوع مثلث، طول سه ضلع مثلث را به دست می‌آوریم. اگر هر سه ضلع طول یکسان داشته باشند، مثلث متساوی‌الاضلاع است. اگر فقط دو ضلع برابر بود، متساوی‌الساقین است و هرگاه در رابطه فیثاغورس صدق کرد، مثلث قائم‌الزاویه است. هرگاه هم متساوی‌الساقین باشد و هم در رابطه فیثاغورس صدق کند، مثلث متساوی‌الساقین قائم‌الزاویه است.



اگر سه رأس مثلثی به صورت  $A(x_A, y_A)$ ،  $B(x_B, y_B)$  و  $C(x_C, y_C)$  را داشته باشیم، مساحت مثلث از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$S = \frac{1}{2} |x_A(y_B - y_C) + x_B(y_C - y_A) + x_C(y_A - y_B)|$$



در خطی که به صورت  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$  مرتب شده است، دو نقطه  $(0, b)$ ،  $(a, 0)$  محل تلاقی با محورهای مختصات است. در این حالت مساحت

$$S = \frac{1}{2} |a \times b|$$

مثلث حاصل از برخورد این خط با محورهای مختصات برابر است با:

### مختصات وسط پاره خط

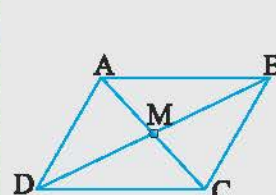


فرض کنید  $A(x_A, y_A)$  و  $B(x_B, y_B)$  باشند نقطه  $M$  وسط پاره خط  $AB$  از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$M\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right)$$



در چهارضلعی‌هایی مانند متوازی‌الاضلاع که قطرهای یکدیگر را نصف می‌کنند؛ یعنی محل تلاقی قطرهای دقیقاً وسط قطر آن‌ها می‌باشد، داریم:

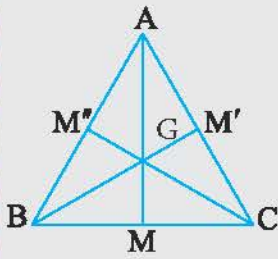


$$\begin{cases} \text{AC وسط } M \Rightarrow M\left(\frac{x_A + x_C}{2}, \frac{y_A + y_C}{2}\right) \\ \text{BD وسط } M \Rightarrow M\left(\frac{x_B + x_D}{2}, \frac{y_B + y_D}{2}\right) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{x_B + x_D}{2} \\ \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{y_B + y_D}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_A + x_C = x_B + x_D \\ y_A + y_C = y_B + y_D \end{cases}$$



هر مثلث دارای سه میانه می‌باشد که در نقطه‌ای داخل مثلث یکدیگر را قطع می‌کنند و به آن مرکز ثقل یا گرانیگاه (نقطه تعادل) می‌گویند و داریم:



$$G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}, \frac{y_A + y_B + y_C}{3}\right)$$

$$\begin{cases} AG = \frac{2}{3} AM, GM = \frac{1}{3} AM \\ BG = \frac{2}{3} BN, GN = \frac{1}{3} BN \\ CG = \frac{2}{3} CP, GP = \frac{1}{3} CP \end{cases}$$

قرینه نقطه  $A(a, b)$  نسبت به مبدأ مختصات، نقطه  $A'(-a, -b)$  است.

قرینه نقطه  $A(a, b)$  نسبت به محور  $x$ ها، نقطه  $A'(a, -b)$  است.

قرینه نقطه  $A(a, b)$  نسبت به محور  $y$ ها، نقطه  $A'(-a, b)$  است.

فاصله نقطه  $A(a, b)$  از خط  $x = K$ ، برابر است با  $|a - K|$ .

فاصله نقطه  $A(a, b)$  از خط  $y = K'$ ، برابر است با  $|b - K'|$ .

اگر نقطه  $A(x, y)$  از محورهای مختصات به یک فاصله باشد، داریم:  $|x| = |y|$

فاصله نقطه از خط

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

فاصله نقطه  $(x_0, y_0)$  از خط  $ax + by + c = 0$ ، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$d = \frac{|c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

و می‌توان نتیجه گرفت فاصله مبدأ از خط  $ax + by + c = 0$  برابر است با:

طول ارتفاع  $AH$  از مثلث  $ABC$  فاصله رأس  $A$  از ضلع  $BC$  است.

در هر مثلث کوچک‌ترین ارتفاع مثلث، بر بزرگ‌ترین ضلع آن وارد می‌شود.

فاصله دو خط موازی

$$d = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

دو خط موازی  $ax + by + c = 0$  و  $ax + by + c' = 0$  را در نظر بگیرید. فاصله این دو خط از یکدیگر از رابطه زیر به دست می‌آید:

اگر  $ax + by + c = 0$  و  $a'x + b'y + c' = 0$  دو خط متقاطع باشند، مجموعه نقاطی که از این دو خط به یک فاصله هستند، خطوط  $D$  و  $D'$  هستند که نیمسازهای دو خط فوق می‌باشند و از رابطه زیر به دست می‌آیند:

$$\frac{|ax + by + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|a'x + b'y + c'|}{\sqrt{a'^2 + b'^2}}$$

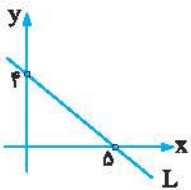
معادله خطی که از دو خط موازی  $ax + by + c = 0$  و  $ax + by + c' = 0$  به یک فاصله باشند، به صورت زیر است:

$$ax + by + \frac{c + c'}{2} = 0$$

## سوالات طبقه بندی

1

- ۱- به ازای کدام مقدار  $a$ ،  $(a, a+2)$  روی خط  $2y - 3x = 1$  قرار دارد؟  
 ۱ (1) ۲ (2) ۳ (3) ۴ (4)
- ۲- نقاط  $A(6, 1)$  و  $B(-2, 5)$  مفروضه اند. به ازای کدام مقدار  $a$ ، خط به معادله  $y = ax + 5$  از وسط  $AB$  می گذرد؟  
 ۱ (1) ۲ (2) ۳ (3) ۴ (4)
- ۳- معادله خطی  $2y = 5x + 3$  است. شیب این خط کدام است؟  
 ۱ (1) ۲ (2) ۳ (3) ۴ (4)
- ۴- شیب خطی که از نقطه  $(2, 4)$  گذشته و عرض از مبدأ آن  $6$  باشد، کدام است؟  
 ۱ (1) ۲ (2) ۳ (3) ۴ (4)
- ۵- نمودار  $x + 2 - 3y = 0$  از کدام ناحیه محورهای مختصات نمی گذرد؟  
 ۱ (1) دوم (2) سوم (3) چهارم (4)
- ۶- فاصله نقطه  $B(3, 5)$  از مبدأ مختصات و از نقطه  $A$  روی محور طولها با هم برابر است. طول نقطه  $A$  چقدر است؟  
 ۴ (1) ۶ (2) ۹ (3) ۵ (4)
- ۷- شیب خط  $L$  در شکل مقابل کدام است؟  
 ۱ (1)  $-\frac{4}{5}$  (2)  $-\frac{5}{4}$  (3)  $\frac{5}{4}$  (4)  $-\frac{4}{5}$
- ۸- خطی با شیب  $3$  از نقطه  $A(3, 2)$  می گذرد. این خط از نقطه ای با کدام مختصات عبور می کند؟  
 ۱ (1)  $(-2, -1)$  (2)  $(0, -1)$  (3)  $(2, -1)$  (4)  $(1, -1)$
- ۹- یک خط از نقطه ای به طول  $4$ ، روی نیمساز ربع چهارم و نقطه ای به طول  $3$ ، روی محور  $x$  ها می گذرد. شیب آن خط کدام است؟  
 ۱ (1)  $\frac{2}{3}$  (2)  $\frac{3}{2}$  (3) ۲ (4)  $-2$
- ۱۰- خط به معادله  $3y = 4x + 12$  محور  $x$  و  $y$  را در نقطه  $A$  و  $B$  قطع می کند. محیط مثلث  $OAB$  کدام است؟  
 ۱ (1) ۱۲ (2) ۴ (3) ۷ (4) ۲
- ۱۱- اگر عرض از مبدأ خطی با شیب  $4$  برابر  $\frac{2}{5}$  باشد، طول از مبدأ آن چقدر است؟  
 ۱ (1)  $-\frac{18}{5}$  (2)  $-10$  (3)  $-\frac{1}{10}$  (4)  $-\frac{8}{5}$
- ۱۲- به ازای کدام مقادیر  $a$ ، نقاط  $(a, 3)$  و  $(6, 4a+1)$  و مبدأ مختصات در یک راستا قرار دارند؟  
 ۱ (1)  $-2, \frac{9}{4}$  (2)  $-2, \frac{3}{4}$  (3)  $2, -\frac{3}{4}$  (4)  $2, -\frac{9}{4}$
- ۱۳- اگر سه نقطه  $(2, a)$ ،  $(a, 0)$  و  $(0, -1)$  در یک راستا باشند،  $a$  چقدر است؟  
 ۱ (1)  $-1$  و  $2$  (2)  $2$  و  $-1$  (3)  $1$  و  $-2$  (4) ۲
- ۱۴- خطی با شیب  $2$  از نقطه  $(-3, -1)$  می گذرد. معادله آن کدام است؟  
 ۱ (1)  $y = 2x + 5$  (2)  $y = 2x + 2$  (3)  $y = -2x + 6$  (4)  $y = -2x + 5$



- ۱۵- خطی با شیب ۲ از نقاط  $(2, a)$ ,  $(a, 4)$  می‌گذرد. عرض از مبدأ آن کدام است؟  
 ۴ (۱)  $\frac{4}{3}$  (۲)  $\frac{1}{3}$  (۳) ۱۲ (۴)  $-\frac{4}{3}$
- ۱۶- در مثلث ABC با رئوس  $A(1, 4)$ ,  $B(-2, -2)$  و  $C(4, 2)$  معادله میانه وارد بر ضلع BC یعنی AM کدام است؟  
 $y = 4x$  (۱)  $y = x - 1$  (۲)  $x = 1$  (۳)  $y = 3x + 1$  (۴)
- ۱۷- به ازای کدام مقادیر  $a$ ، نقطه  $A(3a - 1, a + 1)$  در ناحیه دوم قرار دارد؟  
 $-1 < a < \frac{1}{3}$  (۱)  $a < \frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{1}{3} < a < 1$  (۳)  $\frac{1}{3} < a < -1$  (۴)
- ۱۸- اگر  $A(4, -1)$  و  $B(-6, 7)$  باشد، فاصله وسط پاره خط AB تا مبدأ مختصات چقدر است؟  
 ۵ (۱)  $\sqrt{5}$  (۲)  $\sqrt{10}$  (۳)  $\sqrt{13}$  (۴)
- ۱۹- در مثلث ABC با رئوس  $A(4, -2)$ ,  $B(-1, 0)$  و  $C(0, 6)$  طول میانه CM کدام است؟  
 $\sqrt{20}$  (۱)  $\sqrt{13}$  (۲)  $\sqrt{5}$  (۳)  $\sqrt{10}$  (۴)
- ۲۰- محیط مثلثی با رئوس  $A(2, 1)$  و  $B(-2, 4)$  و مبدأ مختصات، کدام است؟  
 $5 + 3\sqrt{5}$  (۱)  $5 + \sqrt{5}$  (۲)  $5 + 2\sqrt{5}$  (۳)  $5 + 4\sqrt{5}$  (۴)
- ۲۱- نقطه  $A(2a + b, 2a - 1)$  روی محور عرضی‌ها و در عرض ۵ قرار دارد.  $b$  کدام است؟  
 ۲ (۱)  $-2$  (۲) ۴ (۳)  $-6$  (۴)
- ۲۲- مساحت مثلثی با رئوس  $A(2, 1)$ ,  $B(-2, 4)$  و مبدأ مختصات، کدام است؟  
 $\sqrt{5}$  (۱)  $2\sqrt{5}$  (۲) ۵ (۳)  $2\sqrt{10}$  (۴)
- ۲۳- نقطه  $A(4, m)$  از مبدأ مختصات به فاصله  $4\sqrt{2}$  است. مقدار مثبت  $m$  کدام است؟  
 ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)
- ۲۴- مساحت مثلثی با سه رأس به مختصات  $A(2, 5)$ ,  $B(3, 0)$  و  $C(0, 2)$  کدام است؟  
 ۶ (۱)  $6/5$  (۲) ۷ (۳)  $7/5$  (۴)
- ۲۵- فاصله نقطه  $A(3, 4)$  از نقطه‌ای واقع بر نیمساز ربع اول، برابر ۵ است. طول این نقطه کدام است؟  
 ۷ (۱) ۸ (۲) ۱۴ (۳) ۱۶ (۴)
- ۲۶- مساحت مثلثی که سه رأس آن نقاط  $A(1, 4)$ ,  $B(1, -1)$  و  $C(2, 2)$  باشد، کدام است؟  
 $\frac{5}{2}$  (۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳)  $\frac{5}{4}$  (۴)
- ۲۷- نقاط  $O(0, 0)$  و  $B(-1, 1)$ ,  $A(4, 4)$  سه رأس یک مستطیل هستند. مساحت مستطیل چقدر است؟  
 ۸ (۱) ۶ (۲) ۱۲ (۳) ۹ (۴)
- ۲۸- نقاط  $A(4, 1)$ ,  $B(3, 0)$  و  $C(2, 3)$  رئوس چه نوع مثلثی هستند؟  
 ۱) متساوی الاضلاع (۲) قائم‌الزاویه (۳) متساوی‌الساقین (۴) نامشخص
- ۲۹- نقاط  $A(1, 3)$ ,  $B(1, 6)$  و  $C(2, 2)$  سه رأس یک متوازی‌الاضلاع هستند. مساحت این متوازی‌الاضلاع چقدر است؟  
 ۶ (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴)
- ۳۰- نقاط  $A(1, 2)$ ,  $B(-5, 2)$  و  $C(-2, 5)$  سه رأس یک مربع هستند. مختصات رأس چهارم کدام است؟  
 $(-2, -1)$  (۱)  $(-2, 1)$  (۲)  $(1, -2)$  (۳)  $(-2, -2)$  (۴)
- ۳۱- خطی که از نقاط  $A(4, a)$  و  $B(a, 4)$  می‌گذرد، محور  $xy$  را در نقطه‌ای به عرض ۲ قطع می‌کند.  $a$  کدام است؟  
 $-1$  (۱) ۴ (۲) ۲ (۳)  $-2$  (۴)
- ۳۲- خطی که از نقاط  $(-2, 1)$  و  $(2, 3)$  می‌گذرد، با محورهای مختصات چه مساحتی را می‌سازد؟  
 $-4$  (۱) ۴ (۲)  $-8$  (۳) ۸ (۴)



۳۳- شیب خطی که بر خط  $0 = 1 + 2x - 3y$  عمود است، کدام است؟

$\frac{2}{3}$  (۱)       $-\frac{2}{3}$  (۲)       $\frac{3}{2}$  (۳)       $-\frac{3}{2}$  (۴)

۳۴- اگر خط  $0 = (a+1)x - (2a-1)y$  بر خط  $1 = x - 3y$  عمود باشد،  $a$  کدام است؟

$\frac{1}{3}$  (۱)       $\frac{2}{7}$  (۲)       $-3$  (۳)       $\frac{4}{5}$  (۴)

۳۵- به ازای کدام مقدار  $m$ ، خطوط  $1 = mx - y$  و  $1 = 2y - x$  با هم موازی‌اند؟

$\frac{1}{2}$  (۱)       $2$  (۲)       $-\frac{1}{2}$  (۳)       $-2$  (۴)

۳۶- معادله خطی موازی خط  $x = 3$  که از نقطه  $(1, 2)$  بگذرد، کدام است؟

$x = 1$  (۱)       $y = 1$  (۲)       $x = -2$  (۳)       $y = -2$  (۴)

۳۷- معادله خطی عمود بر خط  $x = 3$  که از نقطه  $(1, 5)$  بگذرد، کدام است؟

$x = 5$  (۱)       $y = 5$  (۲)       $y = -5$  (۳)       $x = 1$  (۴)

۳۸- نقطه  $A(2, -6)$  و  $O$  مبدأ مختصات را در نظر بگیرید. خطی که از وسط  $OA$  بر آن عمود می‌شود، محور  $x$  ها را با کدام طول قطع می‌کند؟

$6$  (۱)       $8$  (۲)       $9$  (۳)       $10$  (۴)

۳۹- فاصله نقطه  $A(1, 1)$  از خط  $0 = 12 - 4y + 3x$ ، کدام است؟

$\frac{19}{5}$  (۱)       $\frac{12}{5}$  (۲)       $2$  (۳)       $1$  (۴)

۴۰- فاصله نقطه  $A(1, 2)$  از خط  $0 = 3 - x + \sqrt{3}y$ ، کدام است؟

$3\sqrt{3} - 1$  (۱)       $\sqrt{3}$  (۲)       $1 - \sqrt{3}$  (۳)       $\sqrt{3} - 1$  (۴)

(سراسری خارج از کشور تجربی - ۸۸)

۴۱- فاصله بین دو خط  $2 + x\sqrt{3} = y$  و  $0 = 6 - 3x + \sqrt{3}y$ ، کدام است؟

$2 - \sqrt{3}$  (۱)       $\sqrt{3} - 1$  (۲)       $\sqrt{3} + 1$  (۳)       $2 + \sqrt{3}$  (۴)

۴۲- مختصات مرکز ثقل در مثلثی به رئوسهای  $A(1, 4)$ ،  $B(0, -2)$  و  $C(2, 1)$ ، کدام است؟

$G(1, 1)$  (۱)       $G(0, 3)$  (۲)       $G(3, 3)$  (۳)       $G(3, 1)$  (۴)

۴۳- قرینه نقطه  $A(-2, 3)$  نسبت به مبدأ روی کدام خط زیر قرار دارد؟

$x + y = 1$  (۱)       $x - y = -5$  (۲)       $2x + y = 1$  (۳)       $x - y = -1$  (۴)

۴۴- معادله خطی که بر خط  $0 = 1 - y + 3x$  عمود باشد و از  $(2, 3)$  عبور کند، کدام است؟

$3y - x - 7 = 0$  (۱)       $3x + y - 7 = 0$  (۲)       $3y + x - 11 = 0$  (۳)       $3x - y = 3$  (۴)

۴۵- معادله خطی که محور طول‌ها را در  $2$  و محور عرض‌ها را در  $-4$  قطع می‌کند کدام است؟

$y = -2x + 4$  (۱)       $y = -2x - 4$  (۲)       $y = 2x - 4$  (۳)       $y = x - 2$  (۴)

۴۶- نقطه  $A$  به طول  $1$ ، روی خط  $4 = x + y$  و نقطه  $B$  به عرض  $2$ ، روی خط  $1 = 3x + y$  قرار دارد. معادله  $AB$  چیست؟

$y = 3x + 2$  (۱)       $y = 2x - 2$  (۲)       $2y = 3x + 2$  (۳)       $2y = 3x - 2$  (۴)

۴۷- سه نقطه  $A(m+2, 3)$ ،  $B(0, 1)$  و  $C(4, 2)$  روی یک خط راست قرار دارند،  $m$  چیست؟

$m = -6$  (۱)       $m = 6$  (۲)       $m = 4$  (۳)       $m = -4$  (۴)

۴۸- خط  $1 = \frac{x}{2} + \frac{y}{3}$  با محورهای مختصات مثلثی می‌سازد. مساحت این مثلث کدام است؟

$6$  (۱)       $9$  (۲)       $3$  (۳)       $12$  (۴)

۴۹- معادله خطی که از محل تلاقی دو خط  $d_1: x - y = 5$  و  $d_2: 2x + y = 1$  عبور کند و محور عرض‌ها را در  $4$  قطع کند، کدام است؟

$y = \frac{7}{2}x + 4$  (۱)       $2y = 7x + 4$  (۲)       $y = -\frac{7}{2}x + 4$  (۳)       $2y = -7x + 4$  (۴)

۵۰- خط  $2x + y = 4$  و  $y = 1$  یکدیگر را در A قطع می کنند، طول پاره خط OA کدام است؟

(۱)  $\frac{3}{2}$  (۲)  $\frac{5}{2}$  (۳)  $\frac{\sqrt{13}}{4}$  (۴)  $\frac{\sqrt{13}}{2}$

۵۱- اگر  $A(2, 5)$ ،  $B(2, 3)$  و  $C(-1, 5)$  سه رأس مثلثی باشند، آن مثلث چه نام دارد؟

(۱) متساوی الساقین (۲) قائم الزاویه (۳) متساوی الاضلاع (۴) متساوی الساقین قائم الزاویه

۵۲- نقطه A به عرض ۴، روی محور عرض ها قرار دارد و نقطه B به طول ۱، روی خط  $2x + y = 7$  می باشد. مختصات وسط AB کدام است؟

(۱)  $(\frac{9}{2}, \frac{7}{2})$  (۲)  $(\frac{1}{2}, \frac{9}{2})$  (۳)  $(-\frac{1}{2}, \frac{7}{2})$  (۴)  $(\frac{9}{2}, \frac{9}{2})$

۵۳- در مثلث ABC که  $A(2, 0)$ ،  $B(0, -6)$  و  $C(-2, 4)$  می باشد، طول میانه BM کدام است؟

(۱)  $\sqrt{8}$  (۲) ۸ (۳) ۴ (۴)  $\sqrt{6}$

۵۴- اگر  $A(1, 4)$  و  $B(-3, 0)$  باشند، معادله عمود منصف AB چیست؟

(۱)  $y = -x$  (۲)  $y = -x + 1$  (۳)  $y = x$  (۴)  $y = x + 1$

۵۵- در متوازی الاضلاع ABCD که A و C روبه روی هم قرار دارند، داریم:

$D(k, 4)$ ،  $C(-2, 6k)$ ،  $B(2, -1)$ ،  $A(m + k, 3)$

مقدار m و k چیست؟

(۱)  $\begin{cases} m = 4 \\ K = 0 \end{cases}$  (۲)  $\begin{cases} m = 0 \\ K = 4 \end{cases}$  (۳)  $\begin{cases} m = -4 \\ K = 0 \end{cases}$  (۴)  $\begin{cases} m = 0 \\ K = -4 \end{cases}$

۵۶- محل برخورد میانه ها در مثلث ABC به رأس های  $A(3, 0)$ ،  $B(6, -1)$  و  $C(1, -2)$  چیست؟

(۱)  $(1, -1)$  (۲)  $(\frac{10}{3}, \frac{10}{3})$  (۳)  $(1, -\frac{10}{3})$  (۴)  $(\frac{10}{3}, -1)$

۵۷- قرینه  $A(2, -3)$  نسبت به محور xها،  $A'(n - 2, k + 1)$  می باشد.  $2n + 3k$  چیست؟

(۱) ۱۴ (۲) ۱۲ (۳) ۷ (۴) ۴

۵۸- خط  $2x - y + 3 = 0$  بر دایره ای به مرکز  $(1, -3)$  مماس است. شعاع دایره کدام است؟

(۱)  $\frac{2\sqrt{2}}{5}$  (۲)  $\frac{\sqrt{8}}{5}$  (۳)  $\frac{8\sqrt{5}}{5}$  (۴)  $\frac{\sqrt{2}}{5}$

۵۹- در مثلث ABC که  $A(1, 1)$ ،  $B(-3, -1)$  و  $C(3, -3)$  باشد، طول ارتفاع CH کدام است؟

(۱)  $\sqrt{5}$  (۲)  $2\sqrt{5}$  (۳)  $10\sqrt{5}$  (۴)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$

۶۰- فاصله دو خط  $2x - y - 5 = 0$  و  $4x - 2y + 1 = 0$  کدام است؟

(۱)  $\frac{11\sqrt{20}}{20}$  (۲)  $\frac{11}{10}$  (۳)  $\frac{\sqrt{20}}{20}$  (۴)  $\frac{\sqrt{11}}{20}$

۶۱- معادله دو ضلع مربعی به صورت  $x + y + 1 = 0$  و  $2x + 2y = 5$  است. مساحت مربع چیست؟

(۱)  $\frac{7}{\sqrt{8}}$  (۲)  $\frac{49}{8}$  (۳)  $\frac{7}{8}$  (۴)  $\frac{49}{\sqrt{8}}$

۶۲- نقطه  $A(m^2 - m, 2m - 1)$  در ناحیه دوم محورهای مختصات قرار دارد. حدود m کدام است؟

(۱)  $m > \frac{1}{2}$  (۲)  $0 < m < 1$  (۳)  $\frac{1}{2} < m < 1$  (۴)  $m < \frac{1}{2}$

۶۳- نقطه A به طول ۲، روی خط  $2x + y = 5$  و نقطه B به عرض -۱، روی خط  $x - y = 4$  قرار دارد. شیب خط AB کدام است؟

(۱) -۲ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) -۱

۶۴- اگر خط  $y = (2m + 1)x + k$  از ناحیه اول و سوم عبور نکند، m و k کدام یک از مقادیر زیر را می توانند اختیار کنند؟

(۱)  $m = 1$  و  $k = 0$  (۲)  $m = 0$  و  $k = 1$  (۳)  $m = -2$  و  $k = 0$  (۴)  $m = -1$  و  $k = 1$



۶۵- نمودار  $x^2 - 2x + y^2 + 2y + 2 = 0$  در محورهای مختصات، چه چیزی را نمایش می‌دهد؟

- (۱) دو خط راست متقاطع (۲) دو سهمی متقاطع (۳) دو خط راست موازی (۴) یک نقطه در محور مختصات

۶۶- نمودار  $x^2 + 2x = y^2 - 1$  در محورهای مختصات، چه چیزی را نشان می‌دهد؟

- (۱) یک خط راست (۲) دو خط موازی با هم (۳) دو خط متقاطع عمود بر هم (۴) دو خط متقاطع و غیرعمود

۶۷- نمودار معادله  $xy - 2x = x^2$  به چه صورت می‌باشد؟

- (۱) محور  $X$ ها و یک خط با شیب منفی (۲) محور  $Y$ ها و یک خط با شیب مثبت  
(۳) محور  $X$ ها و یک خط با شیب مثبت (۴) محور  $Y$ ها و یک خط با شیب منفی

۶۸- نقطه‌ای روی نیمساز ناحیه اول که فاصله آن از  $6x + 8y - 1 = 0$  برابر ۳ باشد، کدام است؟

- (۱)  $(\frac{-29}{14}, \frac{-29}{14})$  (۲)  $(\frac{31}{14}, \frac{31}{14})$  (۳)  $(\frac{14}{31}, \frac{14}{31})$  (۴)  $(\frac{14}{-29}, \frac{14}{-29})$

۶۹- اگر  $ABCD$  یک مربع باشد و معادله اضلاع  $AB$  و  $CD$  به صورت زیر باشد، مساحت این مربع کدام است؟

$$\begin{cases} AB: kx + 2y - 1 = 0 \\ CD: 3x + 4y + 5 = 0 \end{cases}$$

- (۱)  $\frac{7}{5}$  (۲)  $\frac{5}{7}$  (۳)  $\frac{49}{25}$  (۴)  $\frac{25}{49}$

۷۰- شیب خط  $AB$  که در آن  $A(m, 3)$  و  $B(-1, 2m)$  می‌باشد، سه برابر شیب خط  $5 - 2x - y = 0$  است،  $m$  کدام است؟

- (۱)  $m = \frac{7}{8}$  (۲)  $m = \frac{-3}{8}$  (۳)  $m = \frac{3}{8}$  (۴)  $m = \frac{-7}{8}$

۷۱- خط  $kx + 2y - 5 = 0$  هر دو خط  $d_1: (m+1)x + y - 1 = 0$  و  $d_2: (2m-1)x - 2y = 0$  عمود است. حاصل  $km$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{1}{4}$  (۲)  $\frac{1}{4}$  (۳)  $-2$  (۴)  $2$

۷۲- نقطه  $A(2m+1, m)$  از محورهای مختصات به یک فاصله قرار دارد.  $m$  چیست؟

- (۱)  $\frac{-1}{3}$  (۲)  $1$  (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴)  $-3$

۷۳- معادله خطی که فاصله نقاط آن از دو خط  $x - y = 5$  و  $x + y = 1$  به یک فاصله باشد، کدام است؟

- (۱)  $y = 2$  (۲)  $x = 2$  (۳)  $x = -2$  (۴)  $y = 2$

۷۴- معادله خطی که از دو خط  $2x + y = 7$  و  $4x = 1 - 2y$  به یک فاصله می‌باشد، کدام است؟

- (۱)  $4x + 2y = 5$  (۲)  $4x - 4y = 5$  (۳)  $4x + 4y = 15$  (۴)  $2x + y = 14$

۷۵- در مثلث  $ABC$  به رئوسهای  $A(2, 5)$ ،  $B(2, 0)$  و  $C(-1, 5)$ ، طول کوچک‌ترین ارتفاع مثلث کدام است؟

- (۱)  $\frac{15\sqrt{34}}{34}$  (۲)  $\sqrt{34}$  (۳)  $10\sqrt{34}$  (۴)  $5$

۷۶- قرینه نقطه  $A(2m, n - m)$  نسبت به نقطه  $M(2, -1)$ ، نقطه  $A'(1, +4)$  می‌باشد. طول پاره‌خط  $OA$  کدام است؟

- (۱)  $2\sqrt{17}$  (۲)  $\sqrt{17}$  (۳)  $\sqrt{5}$  (۴)  $3\sqrt{5}$

۷۷- اگر قرینه نقطه  $A(m + n, 2n)$  نسبت به مبدأ مختصات روی خط  $x + y = 6$  قرار گیرد، حاصل  $m + 3n$  چیست؟

- (۱)  $6$  (۲)  $-6$  (۳)  $3$  (۴)  $-3$

۷۸- قرینه نقطه  $A(-2, -3)$  نسبت به محور  $Y$ ها، نقطه  $A'$  است و قرینه نقطه  $B(1, 4)$  نسبت به محور  $X$ ها، نقطه  $B'$  است. طول پاره‌خط  $A'B'$

- کدام است؟  
(۱)  $\sqrt{58}$  (۲)  $\sqrt{2}$  (۳)  $\sqrt{50}$  (۴)  $2$

۷۹- دو خط  $4x = 1 - 2y$  و  $2x + y = 5$  بر دایره‌ای مماس‌اند، محیط این دایره کدام است؟

- (۱)  $\frac{9\sqrt{5}}{2}\pi$  (۲)  $\frac{81}{20}\pi$  (۳)  $\frac{9\sqrt{5}}{5}\pi$  (۴)  $\frac{9\sqrt{5}\pi}{10}$

۸۰- اگر  $A(2, 0)$  و  $B(4, 6)$  باشد و نقطه  $N(m, 2m-1)$  روی عمودمنصف  $AB$  قرار گیرد،  $m$  کدام است؟

(۱)  $\frac{15}{7}$  (۲)  $-\frac{15}{7}$  (۳)  $\frac{7}{15}$  (۴)  $-\frac{7}{15}$

۸۱- معادله خطی که از محل تلاقی دو خط  $d_1: x+y=3$  و  $d_2: x-y=1$  عبور کند و محور  $x$ ها را در  $-4$  قطع کند، چیست؟

(۱)  $y = \frac{1}{6}x - 4$  (۲)  $y = \frac{1}{6}x + \frac{2}{3}$  (۳)  $y = 6x - 4$  (۴)  $y = -6x + 4$

۸۲- خط  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$  از نقطه  $(2, 0)$  عبور می‌کند و با محورهای مختصات، مثلثی به مساحت ۱۲ تولید می‌کند. مقادیر  $b$  کدام است؟

(۱)  $\pm 12$  (۲)  $\pm 6$  (۳)  $\pm 24$  (۴)  $\pm 18$

۸۳- دو خط  $y = x$  و  $y = \sqrt{3}x + 1$  متقاطع‌اند. اگر زاویه حاده بین دو خط را  $\theta$  بنامیم،  $\tan \theta$  کدام است؟

(۱) ۱ (۲)  $1 + \sqrt{3}$  (۳)  $2 - \sqrt{3}$  (۴)  $1 - \sqrt{3}$

۸۴- دو ضلع یک مستطیل منطبق بر دو خط به معادلات  $2y + x = 6$  و  $2x - y = 7$  و یک رأس آن نقطه  $A(8, 5)$  است. مساحت این مستطیل

(سراسری خارج از کشور تجربی - ۹۰)

کدام است؟

(۱)  $7/2$  (۲)  $9/6$  (۳)  $11/4$  (۴)  $12/8$

۸۵- دو نقطه بر خطی به معادله  $y = x - 1$  قرار دارند که فاصله این نقاط از خط به معادله  $2x - 3y = 5$  برابر  $\sqrt{13}$  است. طول این دو نقطه کدام

(سراسری تجربی - ۸۹)

است؟

(۱)  $9$  و  $-15$  (۲)  $11$  و  $-15$  (۳)  $15$  و  $-11$  (۴)  $11$  و  $-9$

۸۶- قرینه نقطه  $A(2, 3)$  نسبت به خط  $x + y = 1$  کدام نقطه است؟

(۱)  $(-1, -2)$  (۲)  $(-3, -2)$  (۳)  $(3, -2)$  (۴)  $(2, 1)$