




علوی

هندسه ۱ (پایه دهم)

حمیدرضا صدقی 

مجموعه کتابهای همراه علوی

سخن‌ناشر

به نام آن‌که هستی نام از او یافت

کتاب پیش‌رو، مجموعه‌ای از اهم مباحث و نکات تحت عنوان درس‌نامه و همچنین تعداد قابل توجهی سؤالات چهارگزینه‌ای تألیفی و گردآوری شده توسط برترین مدرسان کشور می‌باشد. شایان به ذکر است تقریباً تمام سؤالات کنکورهای سراسری سال‌های گذشته نیز که با کتاب جدید هم‌خوان هستند، در این کتاب گردآوری شده است. برای تمامی سؤالات، پاسخ‌نامه تشریحی کامل در اختیار شماست و در تمام قسمت‌ها، مؤلفین محترم نکته‌ای آموزشی و تحلیلی را نیز به پاسخ‌نامه اضافه کرده که این امر سبب شده است تا این کتاب، علاوه بر از ایجاد آشنایی مخاطب با نحوه پرسش و الگوی پاسخ‌گویی، به یادگیری و تکمیل اطلاعات علمی دانش‌آموز نیز کمک کند؛ و مهم‌تر از همه این‌که در تمام سؤالات و پاسخ‌ها، الگوی استاندارد سؤالات کنکور در اولویت قرار داشته است.

از شما نیز خواهش می‌کنیم تا ایده‌ها و فکرهای بکر خود را در زمینه ارتقاء و بهبود این کتاب آموزشی با ما در میان بگذارید.

امیدواریم این کتاب قدمی، هر چند کوچک، در مسیر فراگیری علم و رشد آموزشی ایران عزیزمان باشد.

راهنمای استفاده از کتاب:

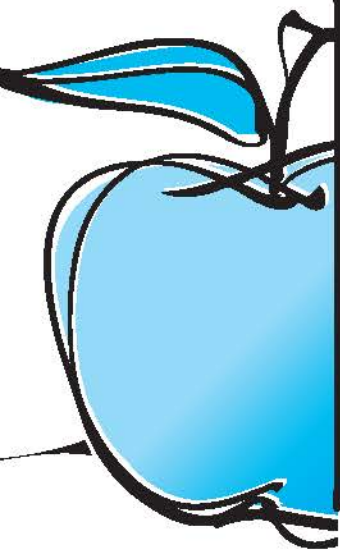
۱) ابتدا جزوه آموزشی دبیر خود را به‌عنوان منبع اصلی و پس از آن، درس‌نامه هر قسمت را که در شروع فصل آمده، با دقت مطالعه کنید.

در جریان باشید که:

سطح سؤالات در پاسخ‌نامه مشخص شده است که جهت ارزیابی و تخمین زمان پاسخ‌گویی می‌توانید از آن‌ها استفاده کنید. سؤالات آسان با نماد ، سؤالات متوسط با نماد  و سؤالات دشوار با نماد  مشخص شده است.

شماره سؤالاتی که با رنگ خاکستری مشخص شده‌اند، سؤالات تشبیهی می‌باشد.

۲) در آخر هر فصل، سؤالات جامع و ترکیبی همان فصل با عنوان آزمون فرار داده شده است؛ از این آزمون‌ها نیز جهت ارزشیابی و سنجش میزان یادگیری می‌توانید بهره ببرید.



با تشکر و سپاس بی حد به درگاه خداوند باری تعالی که نخستین و بزرگترین یاریگر بندگان در آغاز و پایان هر کاریست. امید است این اثر بتواند نقشی هر چند کوچک در خدمت به جامعه تعلیم و تربیت کشور داشته باشد و زمینه رشد و پیشرفت دانش‌آموزان عزیز را فراهم آورد. قابل توجه است کتابی که در اختیار شما قرار دارد حاصل تجربیات حرفه‌ای و آموزشی ما در سالیان متمادی می‌باشد.

در این کتاب که به طرح استاندارد سوالات تستی بر پایه آخرین تغییرات کتاب درسی اختصاص دارد، سعی بر آن شده که مطالب به شکلی ساده و در عین حال کاربردی آموزش داده شود، به طوری که دانش‌آموزان عزیز بتوانند با فراگیری کامل این مجموعه خود را برای ورود به مقطع بالاتر آماده نمایند.

بنابراین درخواستی که از شما دانش‌آموزان محترم داریم این است که در ابتدا با مطالعه دقیق کتاب درسی خود و تسلط کامل بر آن، به تست‌های موجود در این کتاب مراجعه کنید. با این روش علاوه بر تسلط به فصول کتاب درسی برای آمادگی امتحانات تشریحی، همزمان با شکل تستی مطالب کتاب نیز آشنا می‌شوید.

در پایان جا دارد از تمامی عزیزانی که ما را در پدید آوردن این اثر

باری رساندند تشکر ویژه‌ای داشته باشیم و هیچ‌گاه خاطره تلاش‌های

بی‌وقفه، پیگیری و سختکوشی شما در ابعاد اجرایی و آموزشی این کتاب را از یاد

نخواهیم برد و امیدواریم در آینده نیز از حضور پرشور و استمرار همکاری شما در زمینه‌های

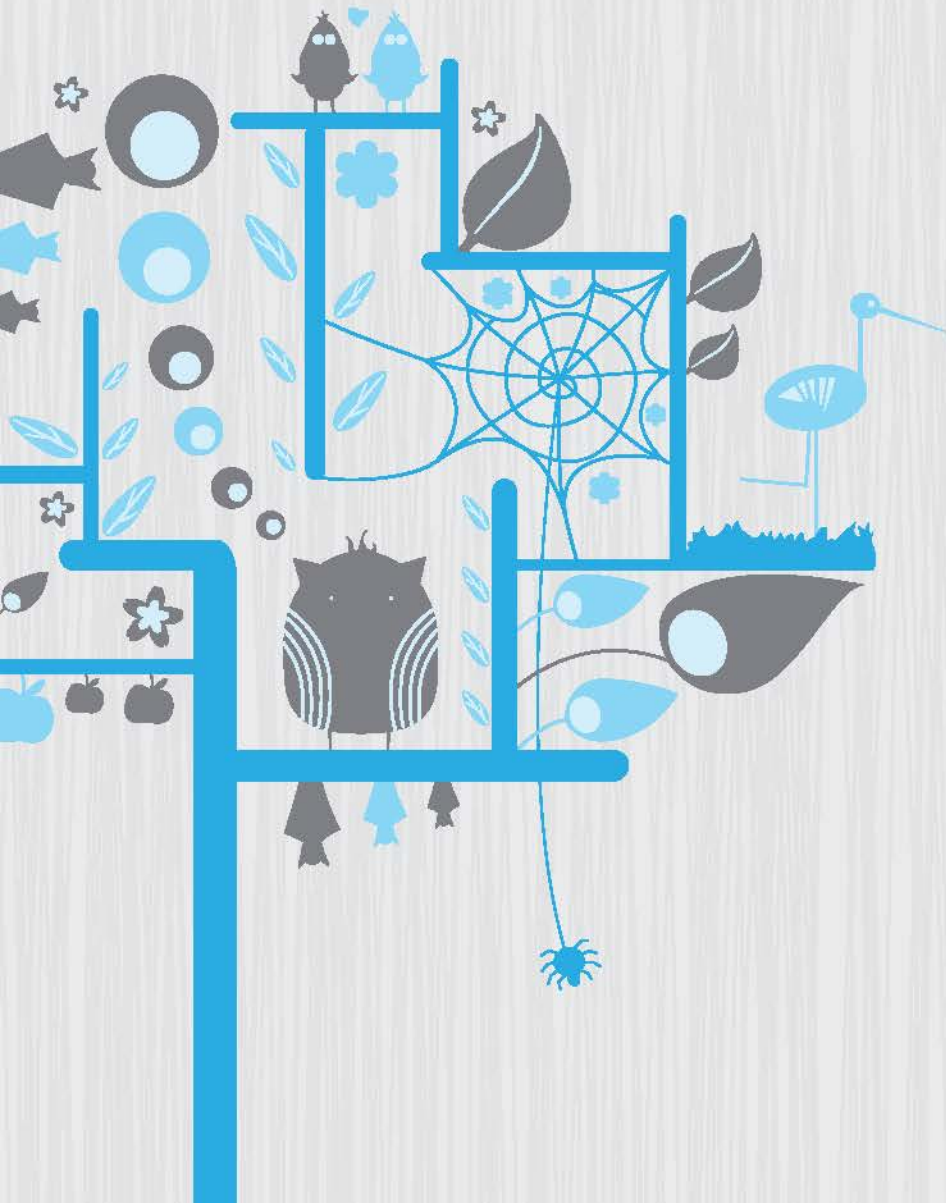
دیگر بهره‌مند و برخوردار باشیم.



تقدیم به:

همه آن‌ها که تا امروز در مسیر آموزش تلاش کرده‌اند. [■]

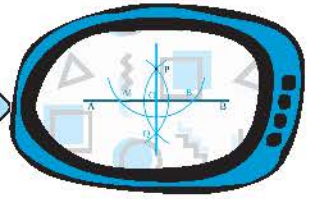
و شما که قرار است در آینده نزدیک، نقش علمی مهمی ایفا کنید. [■]



فهرست

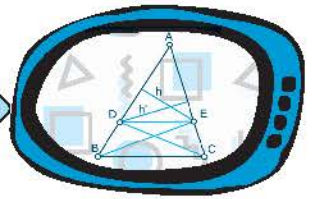
۷

فصل اول: ترسیم‌های هندسی و استدلال



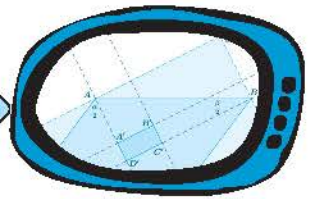
۶۱

فصل دوم: قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن



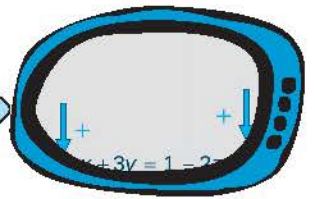
۱۱۸

فصل سوم: چندضلعی‌ها



۲۰۲

فصل چهارم: تجسم فضایی



۲۴۶

آزمون‌های جامع



فصل اول

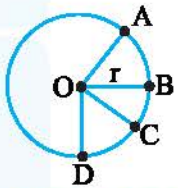
ترسیم‌های هندسی و استدلال

درس ۱

ترسیم‌های هندسی

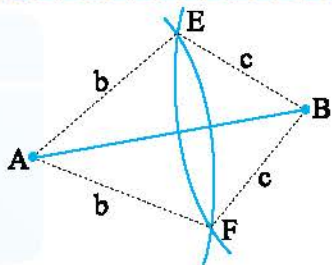


ترسیم‌های هندسی بر پایه مکان هندسی بنا شده است. تعریف مکان هندسی: مکان هندسی مجموعه نقاطی از صفحه است که دارای یک ویژگی یکسان باشند و هر نقطه که آن ویژگی را داشته باشد، عضو آن مجموعه خواهد بود. توجه داشته باشید که در این بخش نیاز به پرگار و خط‌کش دارید.



تعریف دایره: دایره مکان هندسی نقاطی از صفحه است که فاصله آن‌ها از یک نقطه ثابت مقداری ثابت باشد. نقطه ثابت را مرکز دایره و مقدار ثابت را شعاع دایره می‌نامیم. به دایره زیر توجه کنید. فاصله نقاط A، B، C و D از مرکز دایره مقدار یکسان و برابر شعاع دایره است.
 $OA = OB = OC = OD = r$

برای پیدا کردن نقاطی که فاصله آن‌ها از نقطه A برابر k باشد، باید یک دایره به مرکز A و شعاع k رسم کنیم. تمام این نقاط این خاصیت را دارند؛ یعنی فاصله‌شان تا نقطه A برابر k می‌باشند.

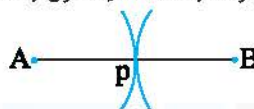


فاصله‌های مشخص در صفحه



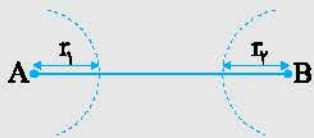
پاره‌خط AB به طول a مفروض است. اگر به مرکز A و شعاع $b > \frac{a}{2}$ کمانی بزنیم و به مرکز B و شعاع $c > \frac{a}{2}$ کمان دیگری بزنیم، دو کمان یکدیگر را در دو نقطه E و F قطع می‌کنند. این دو نقطه خاصیت جالبی دارند فاصله‌شان از A برابر b و از B برابر c می‌باشد.

اگر $a = b + c$ باشد، آن‌گاه فقط یک نقطه مانند p وجود دارد که خاصیت فوق را داشته باشد.

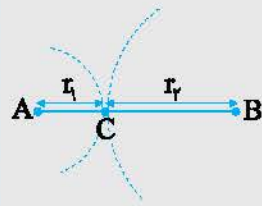




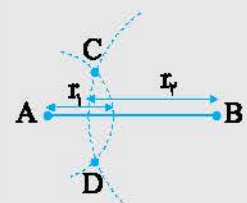
۱- دو نقطه A و B را در نظر می‌گیریم. برای پیدا کردن نقاطی که به فاصله r_1 از A و به فاصله r_2 از B می‌باشند، کافی است یک بار به مرکز A و به شعاع r_1 و بار دیگر به مرکز B و شعاع r_2 دایره‌ای رسم کنیم؛ محل برخورد این دو دایره در صورت وجود، جواب‌های مطلوب را مشخص می‌کنند که با توجه به شکل‌های زیر ممکن است:



حالت اول: اگر $r_1 + r_2 < AB$ ، آن‌گاه دو دایره رسم شده مطابق شکل همدیگر را قطع نمی‌کنند، پس هیچ نقطه در صفحه وجود ندارد که همزمان از A به فاصله r_1 و از B به فاصله r_2 باشند.

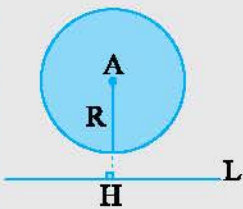


حالت دوم: اگر $r_1 + r_2 = AB$ ، آن‌گاه دو دایره رسم شده در یک نقطه مانند C بر هم مماس‌اند و C جواب مسئله است؛ یعنی تنها نقطه برخورد در صفحه است از A به فاصله r_1 و از B به فاصله r_2 می‌باشد.

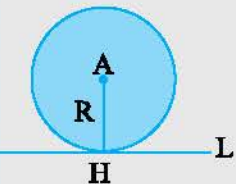


حالت سوم: اگر $r_1 + r_2 > AB$ ، آن‌گاه دو دایره در نقاط C و D همدیگر را قطع می‌کنند، پس این نقاط جواب مسئله می‌باشند؛ یعنی همزمان از A به فاصله r_1 و از B به فاصله r_2 می‌باشند.

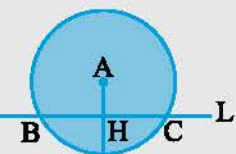
۲- نقطه A و خط L را در نظر می‌گیریم. برای تعیین نقاطی در صفحه روی خط L ، که از A به فاصله d می‌باشند، کافی است دایره‌ای به مرکز A و به شعاع d رسم کنیم. محل برخورد دایره با خط L در صورت وجود، جواب مطلوب می‌باشند. با توجه به شکل‌های زیر، سه حالت ممکن است رخ دهند:



حالت اول: اگر $R < AH$ ، آن‌گاه خط و دایره هیچ نقطه تالاقی ندارند، پس مسئله جواب ندارد.



حالت دوم: اگر $R = AH$ ، آن‌گاه خط و دایره در نقطه H بر هم مماس خواهند بود و H جواب مسئله است.



حالت سوم: اگر $R > AH$ ، آن‌گاه خط و دایره در دو نقطه تالاقی دارند (نقاط B و C) و این نقاط جواب مطلوب می‌باشند.

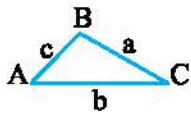


رسم مثلث



شرط وجود مثلث

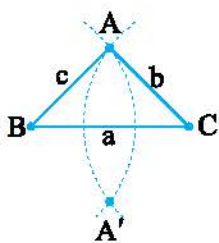
فرض کنید a, b, c و عددهای حقیقی و مثبت باشند. برای این که مثلثی به طول ضلع‌های a, b, c وجود داشته باشد، باید روابط زیر برقرار باشند.



$$a + b > c, b + c > a, c + a > b$$

۱ رسم مثلث با معلوم بودن سه ضلع (ض ض ض)

اگر a, b, c و اندازه ضلع‌های مثلث ABC باشند، برای رسم آن، یکی از پاره‌خط‌ها را به دلخواه مثلاً پاره‌خط $BC = a$ را رسم می‌کنیم، سپس یک بار به مرکز C و شعاع b و بار دیگر به مرکز B و به شعاع c دایره‌ای رسم می‌کنیم. محل تلاقی این دو دایره، رأس A از مثلث ABC است.

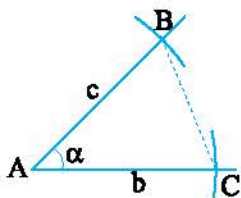


توجه ۱) قبل از رسم مثلث با سه ضلع معلوم، ابتدا شرط وجود مثلث را بررسی می‌کنیم و اگر شرط نقض نشود مثلث را مطابق مراحل گفته شده رسم می‌کنیم.

۲) با توجه به شکل بالا، دو دایره همدیگر را در A و A' قطع می‌کنند. اما مثلث $A'BC$ و ABC هم‌نهشت‌اند، پس با این معلومات فقط یک مثلث می‌توان رسم کرد.

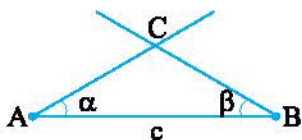
۲ رسم مثلث با معلوم بودن اندازه دو ضلع و زاویه بین آن‌ها (ض ض ز)

فرض کنیم $AB = c$ و $\widehat{A} = \alpha$ و $AC = b$ ، ابتدا با نقاله زاویه‌ای به اندازه α رسم می‌کنیم، سپس از نقطه A (رأس زاویه) دو کمان به طول‌های c و b رسم می‌کنیم تا نقاط B و C به دست آیند، مثلث ABC جواب مسئله است.



۳ رسم مثلث با معلوم بودن اندازه دو زاویه و ضلع بین آن‌ها (ز ز ض)

فرض کنیم که $\widehat{A} = \alpha$ و $\widehat{B} = \beta$ و $AB = c$ ، ابتدا به کمک خط‌کش پاره‌خطی به اندازه c رسم کرده و آن را AB می‌نامیم، سپس با نقاله و از دو سر پاره‌خط AB دو زاویه به اندازه‌های α و β رسم می‌کنیم.

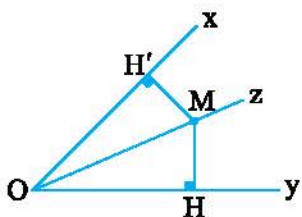


اضلاع این دو زاویه را امتداد داده تا همدیگر را در نقطه C قطع کند، مثلث ABC جواب مسئله است.

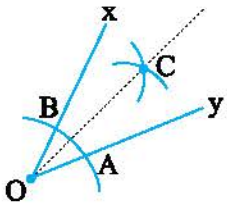
رسم نیمساز



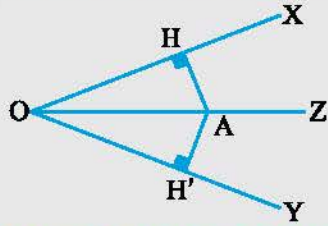
تعریف نیمساز: مکان هندسی نقاطی در صفحه است که فاصله آن‌ها از دو ضلع یک زاویه یکسان است و هر نقطه که فاصله یکسان از اضلاع مثلث دارند روی نیمساز آن قرار دارد. در شکل مقابل نیم‌خط OZ نیمساز زاویه $\angle XOY$ است و هر نقطه مانند M روی نیمساز فاصله یکسانی تا دو ضلع زاویه دارد.



$$MH = MH'$$



روش رسم نیمساز: زاویه $\angle XOY$ مفروض است. دهانه پرگار را به اندازه دلخواه باز می‌کنیم و به مرکز O کمانی می‌زنیم تا اضلاع زاویه را در نقاط A و B قطع کنند. حال دهانه پرگار را به اندازه بیش از نصف طول AB باز می‌کنیم و دو کمان به مراکز A و B می‌زنیم. این دو کمان یکدیگر را در C قطع می‌کنند. C را به O وصل و از طرف C امتداد می‌دهیم. خط گذرا از OC نیمساز زاویه XOY است، پس هر نقطه روی نیمساز مانند C ، فاصله یکسانی تا دو ضلع زاویه دارند.



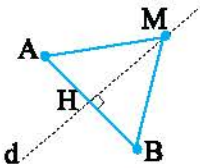
هر نقطه که روی نیمساز یک زاویه قرار داشته باشد، از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است و برعکس، هر نقطه که از دو ضلع یک زاویه به یک فاصله باشد، روی نیمساز آن زاویه قرار دارد. در شکل زیر، OZ نیمساز زاویه XOY می‌باشد، پس داریم $AH = AH'$ و برعکس اگر $AH = AH'$ ، آن‌گاه A روی نیمساز زاویه XOY قرار دارد.



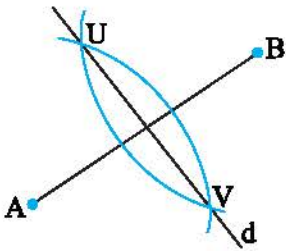
رسم عمودمنصف



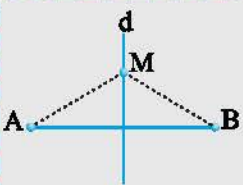
تعریف عمودمنصف یک پاره‌خط: مکان هندسی نقاطی در صفحه است که فاصله آن‌ها از دو سر پاره‌خط یکسان باشد. در شکل زیر d عمودمنصف پاره خط AB است و M نقطه‌ای از d است.



$$\begin{cases} d \perp AB \\ AH = HB \Rightarrow MA = MB \\ M \in d \end{cases}$$



رسم عمودمنصف: هدف رسم عمودمنصف پاره‌خط AB است. ابتدا پاره‌خط AB را که اندازه مشخصی دارد رسم می‌کنیم. حال دهانه پرگار را بیش از نصف AB باز می‌کنیم و دو کمان به مراکز A و B می‌زنیم. این دو کمان یکدیگر را در دو نقطه U و V قطع می‌کنند. خط گذرا از U و V عمودمنصف پاره‌خط AB است. در شکل مقابل خط d عمودمنصف پاره‌خط AB است.



اگر نقطه‌ای روی عمودمنصف پاره‌خط قرار داشته باشد، از دو سر آن پاره‌خط به یک فاصله است و برعکس، اگر نقطه‌ای از دو سر پاره‌خط به یک فاصله باشد، روی عمودمنصف آن پاره‌خط قرار دارد. در شکل مقابل، اگر d عمودمنصف AB باشد، آن‌گاه:

$$MA = MB$$

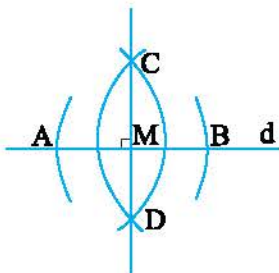
و برعکس اگر $MA = MB$ ، آن‌گاه d عمودمنصف پاره‌خط AB است.



رسم خطوط عمود بر هم



رسم خط عمود بر یک خط از نقطه‌ای روی آن

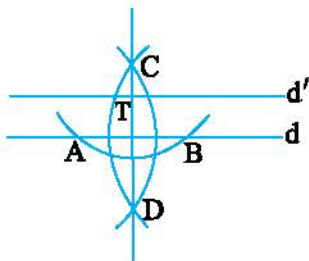


خط d و نقطه M روی d مفروض است. ابتدا به مرکز M و به شعاع دلخواه دو کمان در دو طرف M می‌زنیم تا خط d را در نقاط A و B قطع کند. در این حالت M وسط پاره‌خط AB قرار دارد. حال عمودمنصف AB را با روشی که قبلاً گفتیم رسم می‌کنیم. دهانه پرگار را بیش از نصف فاصله AB باز می‌کنیم و دو کمان به مراکز A و B می‌زنیم تا یکدیگر را در C و D قطع کنند. از C به D وصل می‌کنیم این خط از M نیز عبور خواهد کرد و عمود بر d خواهد بود.



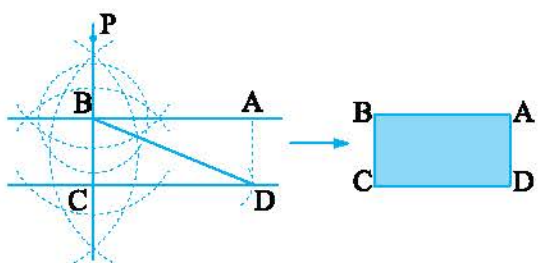
رسم خط موازی با یک خط از نقطه‌ای خارج خط

خط d و نقطه T خارج آن مفروض است. برای رسم خط موازی با d و گذرا از T ، ابتدا دهانه پرگار را به اندازه بیشتر از فاصله نقطه T با خط d باز می‌کنیم و به مرکز T کمانی می‌زنیم تا خط d را در A و B قطع کند. حال دهانه پرگار را به اندازه بیشتر از نصف فاصله AB باز می‌کنیم و به مرکز A و B دو کمان می‌زنیم تا همدیگر را در دو نقطه C و D قطع کند. دو نقطه C و D را به هم وصل می‌کنیم و امتداد می‌دهیم. خط موردنظر بر d عمود است و از T می‌گذرد.



حال با روش‌های قبلی که گفته شد خطی عمود بر CD در نقطه T رسم می‌کنیم و آن را d' می‌نامیم. d' عمود بر CD و موازی با d و گذرا از T خواهد بود.

مثال: طول قطر و عرض مستطیلی به ترتیب ۵ و ۲ واحد است، این مستطیل را رسم کنید.



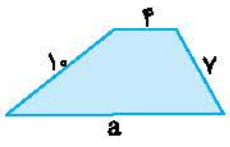
پاسخ: مستطیل را $ABCD$ بنامید و فرض کنید $BC = 2$ و قطر $BD = 5$ باشند. مثلث قائم‌الزاویه DBC را با معلومات وتر و یک ضلع قائم می‌توان رسم کرده پس از رسم این مثلث از B خطی به موازات CD و از D نیز خطی به موازات BC رسم می‌کنیم. نقطه تلاقی این دو خط، نقطه A ، رأس چهارم مستطیل است.

توجه: به علت شلوغی شکل کمان‌های مربوط به رسم خط گذرنده از D به موازات BC را در شکل رسم نکرده‌ایم.



سؤالات طبقه‌بندی

- ۱- خط d و دو نقطه A و B در یک صفحه داده شده‌اند، اگر خط شامل A و B بر خط d عمود نباشد، چند نقطه روی d وجود دارد که از نقاط A و B به یک فاصله است؟
- (۱) یک (۲) صفر (۳) صفر یا یک (۴) بی‌شمار
- ۲- نقطه A به فاصله $5 - 2x$ از خط d مفروض است. اگر دو نقطه روی خط d وجود داشته باشد که از نقطه A به فاصله 5 باشد، کدام گزینه در بازه x صحیح است؟
- (۱) $x = 2$ (۲) $x < 5$ (۳) $x = 5$ (۴) $2 < x$
- ۳- دو نقطه A و B به فاصله 6 از هم قرار دارند. چند نقطه در صفحه وجود دارد که از نقطه A به فاصله 4 و از نقطه B به فاصله 3 باشد؟
- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳
- ۴- نقطه A به فاصله $5 + 2x$ از خط d مفروض است. اگر دو نقطه روی خط d وجود داشته باشند که از نقطه A به فاصله 13 باشند، حدود تغییرات x کدام است؟
- (۱) $x = 4$ (۲) $-\frac{5}{2} \leq x < 4$ (۳) $x > 4$ (۴) $0 < x < 4$
- ۵- نقطه A به فاصله 5 از خط d قرار دارد. چند نقطه روی خط d وجود دارد که از نقطه A به فاصله 4 باشند؟
- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴
- ۶- دو نقطه A و B به فاصله 10 از هم قرار دارند. چند نقطه در صفحه وجود دارد که از نقطه A به فاصله 4 سانتی‌متر و از نقطه B به فاصله 6 سانتی‌مترند؟
- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) ۴ (۴) صفر
- ۷- دو نقطه A و B به فاصله 5 سانتی‌متر مفروض‌اند. چند نقطه وجود دارد که از A به فاصله 4 و از B به فاصله 3 سانتی‌مترند؟
- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴
- ۸- فرض کنید پاره‌خط AB و خط d متعامد نیستند. روی خط d چند نقطه وجود دارد که از نقاط A و B به یک فاصله‌اند؟
- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) صفر (۴) بی‌شمار
- ۹- چند نقطه در صفحه وجود دارد که از دو خط متقاطع D و D' به یک فاصله‌اند؟
- (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) صفر (۴) بی‌شمار
- ۱۰- زاویه \widehat{XOY} و دایره C مماس بر اضلاع زاویه مفروض است. بر روی دایره چند نقطه وجود دارد که از اضلاع زاویه به یک فاصله می‌باشند؟
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴
- ۱۱- اگر دو نقطه مقابل قابل رسم باشد، این‌گاه a کدام مقدار می‌تواند باشد؟
- (۱) ۷ (۲) ۲۳ (۳) ۲۱ (۴) ۱۹



- ۱۲- کدام دسته از اعداد زیر می‌تواند سه ضلع یک مثلث باشند؟
- (۱) ۷، ۵، ۳ (۲) ۶، ۳، ۲ (۳) ۳، ۲، ۱ (۴) ۴، ۳، ۱



۱۳- در مثلثی $h_a = 8$ ، $m_a = 10$ و $c = 17$ ضلع a کدام می‌تواند باشد؟

- ۱) ۶ (۲) ۲) ۹ (۲) ۳) ۱۸ (۳) ۴) ۲۱ (۴)

۱۴- با کدام یک از سه طول داده شده می‌توان یک مثلث ساخت؟

- ۱) ۳ و ۲، ۱ (۱) ۲) $\sqrt{3}$ ، $\sqrt{2}$ و $\sqrt{5}$ (۲) ۳) $1/3$ ، $1/7$ و ۴ (۳) ۴) $\sqrt{3}$ ، $\sqrt{2}$ و $\sqrt{10}$ (۴)

۱۵- با اطلاعات $a = 8$ و $b = 6$ و $h_a = 5$ چند مثلث قابل رسم است؟

- ۱) ۱ (۱) ۲) ۲ (۲) ۳) ۳ (۳) ۴) ۴ (۴)

۱۶- با معلومات $h_a = 2$ ، $b = 1$ ، $c = 3$ چند مثلث می‌توان رسم کرد؟

- ۱) ۱ (۱) ۲) ۲ (۲) ۳) بی‌شمار (۳) ۴) هیچ (۴)

۱۷- با معلومات $h_a = 1$ ، $b = 1$ ، $c = 3$ چند مثلث می‌توان رسم کرد؟

- ۱) ۱ (۱) ۲) ۲ (۲) ۳) بی‌شمار (۳) ۴) هیچ (۴)

(آزاد ریاضی-۸۲)

۱۸- در مثلث ABC طول ارتفاع $h_a = 8$ ، $b = 17$ و $c = 10$. مساحت این مثلث کدام است؟

- ۱) فقط ۸۴ (۱) ۲) فقط ۳۶ (۲) ۳) ۸۴ و ۳۶ (۳) ۴) ۸۴ و ۳۶ (۴)

۱۹- با معلومات $h_a = 1$ ، $b = 2$ ، $c = 3$ چند مثلث متمایز می‌توان رسم کرد؟

- ۱) ۱ (۱) ۲) ۲ (۲) ۳) بی‌شمار (۳) ۴) هیچ (۴)

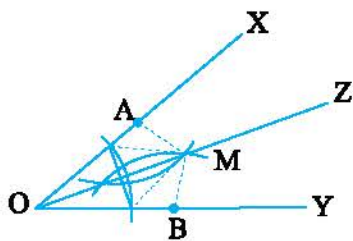
۲۰- مرکز کمان‌ها در شکل مقابل، نقاط O ، A و B هستند. کدام گزینه نادرست است؟

۱) OZ نیمساز \widehat{XOY} است.

۲) OZ عمودمنصف AB است.

۳) OM نیمساز زاویه \widehat{AMB} است.

۴) AB عمودمنصف OM است.



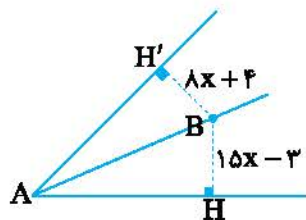
۲۱- در شکل مقابل، AB نیمساز A است. با توجه به شکل مقابل مقدار x کدام است؟

۱) ۶ (۱)

۲) ۳ (۲)

۳) ۵ (۳)

۴) ۱ (۴)



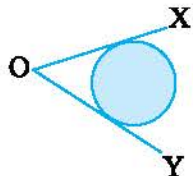
۲۲- در شکل زیر، اضلاع زاویه \widehat{XOY} بر یک دایره مماس‌اند. چند نقطه روی محیط دایره وجود دارد که از اضلاع زاویه به یک فاصله می‌باشند؟

۱) ۱ (۱)

۲) ۲ (۲)

۳) صفر (۳)

۴) بی‌شمار (۴)



۲۳- مرکز کمان‌ها در شکل مقابل، نقاط O ، A و B هستند. در این صورت کدام عبارت درست است؟

الف) OZ عمودمنصف AB است.

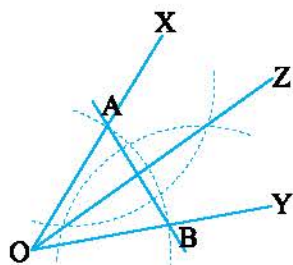
ب) OZ نیمساز \widehat{XOY} است.

۱) «الف» درست و «ب» نادرست است.

۲) «الف» نادرست و «ب» درست است.

۳) هر دو درست هستند.

۴) هر دو نادرست هستند.

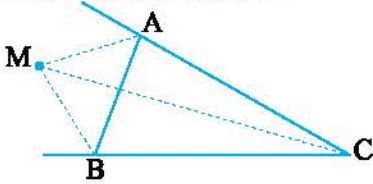


۲۴- کدامیک از ویژگی‌های زیر مربوط به نیمساز یک زاویه است؟

- (۱) هر نقطه روی آن از اضلاع زاویه به یک فاصله است.
- (۲) هر نقطه روی نیمساز از هر پاره خط مفروض به یک فاصله است.
- (۳) مجموع فاصله‌های هر نقطه روی نیمساز از دو ضلع، مقدار ثابتی است.
- (۴) هر نقطه روی هر ضلع از زاویه، فاصله‌اش از نیمساز و ضلع دیگر آن با هم برابر است.

۲۵- در شکل مقابل، نقطه M روی نیمساز خارجی زاویه A است. نسبت $\frac{MB + MC}{AB + AC}$ چگونه است؟

(سراسری خارج از کشور ریاضی - ۹۴)



- (۱) بزرگتر از ۱
- (۲) کمتر از ۱
- (۳) برابر با ۱
- (۴) غیر مشخص

۲۶- مراکز دایره‌هایی که از دو نقطه ثابت A و B می‌گذرند روی قرار دارند.

- (۱) دو خط عمود بر AB
- (۲) عمودمنصف AB
- (۳) دو خط موازی AB
- (۴) خطی موازی AB

۲۷- در مثلث ABC داریم $\widehat{B} + \widehat{C} = 70^\circ$ ، نقطه تلاقی عمودمنصف‌های این مثلث کجا قرار دارد؟

- (۱) داخل مثلث
- (۲) خارج مثلث
- (۳) یکی از رئوس مثلث
- (۴) وسط ضلع بزرگ

۲۸- نقطه تلاقی ارتفاع‌های مثلث به ضلع‌های ۶، ۸ و ۱۲ کجا قرار می‌گیرد؟

- (۱) درون مثلث
- (۲) بیرون مثلث
- (۳) روی محیط مثلث
- (۴) وسط ضلع بزرگتر

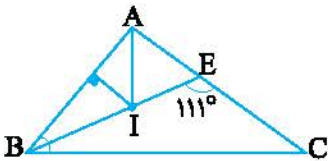
۲۹- در مثلث ABC داریم $\widehat{A} > \widehat{B} + \widehat{C}$ ، در این مثلث محل تلاقی ارتفاع و عمودمنصف‌ها به ترتیب کدام است؟

- (۱) خارج مثلث - خارج مثلث
- (۲) وسط یکی از اضلاع - روی یکی از رئوس
- (۳) روی یکی از رئوس - وسط یکی از اضلاع
- (۴) روی یکی از رئوس - خارج مثلث

۳۰- در مثلث قائم‌الزاویه به طول اضلاع قائمه ۶ و ۸ سانتی‌متر، فاصله محل تلاقی سه ارتفاع از محل تلاقی سه عمودمنصف چقدر است؟

- (۱) ۵
- (۲) ۵/۵
- (۳) ۶
- (۴) ۶/۵

۳۱- در شکل زیر عمودمنصف ضلع AB و نیمساز رأس A در نقطه I متقاطع هستند و امتداد BI، ضلع AC را در نقطه E قطع می‌کند. اگر $\widehat{BEC} = 111^\circ$ باشد، اندازه زاویه A چند درجه است؟



- (۱) ۷۴
- (۲) ۴۵
- (۳) ۳۷
- (۴) ۹۰

۳۲- اگر O نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌های اضلاع مثلث ABC باشد و داشته باشیم $OA = x + 2$ ، $OB = 3x - 4$ ، $OC = y + 2$ ، حاصل $x + y$ کدام است؟

- (۱) ۴
- (۲) ۵
- (۳) ۶
- (۴) ۷

۳۳- مثلث ABC مفروضی است. عمودمنصف دو ضلع AB و BC یکدیگر را در نقطه O قطع می‌کنند. اگر فاصله O تا نقاط B و C به ترتیب $1 - 2x$ و $2 + x$ باشد، اندازه OA چقدر است؟

- (۱) ۶
- (۲) ۵
- (۳) ۳
- (۴) ۴

۳۴- در صفحه شامل مثلث متساوی‌الساقین ABC، چند نقطه وجود دارد که از B و C به یک فاصله بوده و از AB و AC نیز به یک فاصله باشد؟

- (۱) صفر
- (۲) همواره یک
- (۳) همواره بی‌شمار
- (۴) یک یا بی‌شمار

۳۵- متوازی‌الاضلاع با معلوم بودن دو قطر به اندازه‌های ۴ و ۸ و ضلع a قابل رسم است. a کدام عدد نمی‌تواند باشد؟

- (۱) ۳/۵
- (۲) ۴/۵
- (۳) ۵/۵
- (۴) ۶/۵

۳۶- متوازی‌الاضلاع با طول دو ضلع ۴ و ۸ و طول قطر d رسم شده است. d کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) ۱۲
- (۲) ۸
- (۳) ۱۵
- (۴) ۳



۳۷- به مرکز یک سر پاره‌خط به طول ۸، کمائی به شعاع ۵ می‌زنیم. سپس به مرکز سر دیگر پاره‌خط AB کمائی به همین شعاع می‌زنیم. اگر این دو کمان در نقاط C و D یکدیگر را قطع کنند، مساحت چهارضلعی با رئوس A, B, C و D کدام است؟

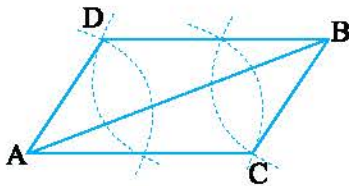
- (۱) ۲۴ (۲) ۴۸ (۳) ۱۲ (۴) ۳۶

۳۸- با اطلاعات داده شده در کدام یک از گزینه‌های زیر می‌توان چند شکل غیرهم‌نهشت رسم کرد؟

- (۱) رسم مربعی با قطر به طول a
(۲) لوزی با دو قطر به طول‌های ۵ و ۳
(۳) رسم متوازی‌الاضلاع به طول قطرهای ۳ و ۵
(۴) رسم مستطیل با طول قطر ۵ و ضلع به طول ۲

۳۹- پاره‌خط AB به طول ۸ مفروض است. دهانه پرتگار را یک بار به اندازه a و بار دیگر به اندازه b باز می‌کنیم و از نقطه A دو کمان می‌زنیم، سپس با همان اندازه‌ها، کمان‌هایی از نقطه B می‌زنیم و مانند شکل نقاط برخورد را C و D می‌نامیم. با کدام شرط ACBD می‌تواند یک متوازی‌الاضلاع باشد؟

- (۱) $b = 12$ و $a = 5$
(۲) $a + b = 9$
(۳) $a + b = 8$
(۴) همواره متوازی‌الاضلاع است.



۴۰- چند متوازی‌الاضلاع می‌توان رسم کرد که قطرهای آن ۶ و ۴ می‌باشند؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) صفر (۴) بی‌شمار

۴۱- با اطلاعات داده شده در کدام یک از گزینه‌های زیر می‌توان چند شکل غیرهم‌نهشت رسم کرد؟

- (۱) رسم مربع با پاره‌خط مفروض DE به‌عنوان قطر آن
(۲) لوزی با قطرهای به طول ۳ و ۴
(۳) رسم متوازی‌الاضلاع با طول قطرهای ۳ و ۵ و طول ضلع ۲
(۴) رسم مستطیل به طول قطر ۴

۴۲- برای رسم یک متوازی‌الاضلاع داشتن موارد کدام گزینه کافی نیست؟

- (۱) طول دو قطر
(۲) طول دو ضلع مجاور و طول یکی از قطرها
(۳) طول قطرها و اندازه زاویه بین آن‌ها
(۴) طول دو ضلع مجاور و یکی از زاویه‌ها

۴۳- می‌دانیم چهارضلعی که قطرهایش منصف هم باشند، متوازی‌الاضلاع است. چند متوازی‌الاضلاع با طول قطرهای ۸ و ۱۰ می‌توان رسم کرد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

۴۴- چند لوزی به طول ضلع ۲ و قطر کوچک ۶ می‌توان رسم کرد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۴۵- به مرکز یک سر پاره‌خط AB به طول ۱۰، کمائی به شعاع ۷ می‌زنیم، سپس به مرکز سر دیگر پاره‌خط AB کمائی به همین شعاع می‌زنیم. اگر این دو کمان در نقاط C و D یکدیگر را قطع کنند، با چهار رأس A, B, C و D کدام چهارضلعی حاصل می‌شود؟

- (۱) دوزنقه (۲) لوزی (۳) مستطیل (۴) مربع

۴۶- لوزی با طول ضلع ۴ و طول قطر $m + 2$ قابل رسم است. کدام مقدار برای m قابل قبول نیست؟

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۶

۴۷- پاره‌خط AB به طول ۶ مفروض است. عمودمنصف AB آن را در نقطه M قطع می‌کند، به مرکز M و به شعاع ۳ دایره‌ای رسم می‌کنیم، سپس قطر عمود بر AB می‌باشد را رسم می‌کنیم. چهارضلعی ABCD کدام است؟

- (۱) مربع (۲) لوزی (۳) مستطیل (۴) دوزنقه

درس ۲

استدلال و انواع آن



یادآوری: «استدلال» یعنی دلیل آوردن و استفاده از دانش‌های قبلی، برای معلوم کردن موضوعی که در ابتدا مجهول بوده است.

انواع استدلال‌ها



الف) استدلال استقرایی

در سال‌های قبل تا حدی با این استدلال آشنا شدید. به تعریف آن دقت کنید:

تعریف استدلال استقرایی

استدلال استقرایی نوعی از استدلال است که از مشاهدات و بررسی موضوعی در چند حالت، نتیجه‌گیری کلی در آن موضوع گرفته می‌شود و یا به اصطلاح «از جزء به کل رسیدن».

با استدلال استقرایی نمی‌توان همواره از درستی نتیجه گرفته شده مطمئن بود.



ب) استدلال استنتاجی

تعریف استدلال استنتاجی: استدلالی که در آن نتیجه‌گیری منطقی بر پایه حقایقی است که درستی آن‌ها را پذیرفته‌ایم.

نتیجه حاصل از استدلال استنتاجی همواره صحیح است و به این نتایج قضیه می‌گویند.



قضیه



می‌دانیم نتایج مهم و پرکاربردی که از استدلال استنتاجی حاصل می‌شود، قضیه می‌نامند. هر قضیه دو بخش دارد:

الف) فرض قضیه: اطلاعات داده شده در مسئله را فرض می‌نامیم.

ب) حکم قضیه: خواسته مسئله که باید با استدلال به آن برسیم.

قضیه شرطی

هر قضیه را می‌توانیم به شکل جمله شرطی «اگر فرض آن‌گاه حکم» بیان کنیم و در این صورت به آن، قضیه شرطی می‌گوییم. در حالت کلی یک قضیه شرطی را می‌توان به صورت $p \Rightarrow q$ بیان کرد که در آن p فرض قضیه و q حکم قضیه است. علامت « \Rightarrow » به دو صورت «نتیجه می‌دهد» و «آن‌گاه» خوانده می‌شود.

عکس قضیه

اگر در یک قضیه جای فرض و حکم را عوض کنیم، به آن‌چه حاصل می‌شود «عکس قضیه» گفته می‌شود. بنابراین عکس قضیه شرطی $p \Rightarrow q$ ، به صورت $q \Rightarrow p$ خواهد بود.

عکس یک قضیه می‌تواند درست یا نادرست باشد.



قضیه دوشروطی



اگر عکس یک قضیه شرطی، درست باشد؛ یعنی عکس قضیه شرطی، خود نیز قضیه شرطی باشد، آن‌گاه این دو قضیه را می‌توان به صورت یک قضیه بیان کرد. چنین قضیه‌ای، دو شرطی نامیده می‌شود.